



مقاله پژوهشی

بررسی تأثیر زمان در همگرایی تونل‌های دایروی

هادی رضایی^۱، علیرضا کارگر^{۱*}، مهدی موسوی^۱

۱- دانشکده مهندسی معدن، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: آذر ۱۴۰۱، پذیرش: اسفند ۱۴۰۱)

چکیده

یکی از مهم‌ترین مسائل در طراحی فضاهای زیرزمینی، ارزیابی پایداری حفره با گذشت زمان است. از این رو ارائه مدلی که از طریق آن بتوان میدان تنش و تغییر شکل ایجاد شده ناشی از حفاری را بخوبی پیش بینی کرد حائز اهمیت است. در این مقاله به ارائه یک راه حل عددی برای تعیین میدان تنش و جابجایی اطراف تونل‌های دایروی شکل با گذشت زمان، با فرض رفتار ویسکو-الاستو-پلاستیک نرم شونده برای توده سنگ اطراف تونل، پرداخته می‌شود. با استفاده از راه حل عددی ارائه شده، که بر اساس روش تفاضل محدود همراه با المان بندی توده سنگ اطراف می‌باشد، می‌توان مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ شامل پلاستیک کامل، نرم شونده و شکننده را همراه با تغییر شکل ویسکوز شبیه سازی کرد. با بکارگیری روش عددی پیشنهادی و با فرض همگن و همسانگرد بودن توده سنگ اطراف حفره، تحت تنش هیدروستاتیک معین، مقادیر تنش و جابجایی وابسته به زمان، و منحنی عکس‌العمل زمین در بازه‌های زمانی مختلف پس از حفر بدست می‌آید. در ابتدا راه حل با استفاده از مدلسازی در نرم افزار فلک و همچنین راه حل کارگر اعتبارسنجی گردید، سپس از یک نوع توده سنگ، به عنوان مثال، برای رسم منحنی عکس‌العمل زمین در بازه‌های زمانی مختلف استفاده شده و مقادیر جابجایی دیواره در حالت‌های پلاستیک-کامل، شکننده و نرم شونده با هم مقایسه می‌شوند. مشخص می‌شود که بعلاوه تأثیر متفاوت گسترش زون پلاستیک و اندازه مولفه انحرافی تانسور تنش، میدان جابجایی و نمودار منحنی عکس‌العمل زمین برای هر مدل رفتاری توده سنگ رفتار متفاوتی را از خود نشان می‌دهد. در نهایت با بررسی اندرکنش میان نگهداری و توده سنگ مشخص می‌شود که با گذشت زمان‌های طولانی از نصب نگهداری، حالت پلاستیک نرم شونده باعث ایجاد بیشترین فشار وارد بر نگهداری می‌شود. معیار شکست استفاده شده در راه حل پیشنهادی معیار موهر-کلمب است.

کلمات کلیدی

تونل‌های دایروی، مدل ویسکوالاستوپلاستیک، منحنی عکس‌العمل زمین، رفتار وابسته به زمان

*عهده‌دار مکاتبات: ar.kargar@ut.ac.ir

DOI: 10.22034/ANM.2023.19371.1584

۱- مقدمه

امروزه با گسترش شهرها هزینه‌های هنگفتی به ایجاد و توسعه فضاهای شهری اختصاص می‌یابد. به همین منظور تقاضا برای احداث سازه‌های زیرزمینی از جمله تونل‌ها افزایش چشمگیری یافته است. از جمله مسائل مهم در سازه‌های زیرزمینی که باید به آن توجه ویژه‌ای شود تحلیل پایداری فضاهای زیرزمینی است که شامل تحلیل تنش‌ها و جابجایی‌های اطراف یک فضای حفر شده است. حفاری در زیرزمین باعث تغییر در میدان تنش شده که به نوبه خود باعث تغییر شکل در سقف و دیواره‌ی سازه زیرزمینی می‌شود. منحنی عکس‌العمل زمین^۱ (GRC) روشی است برای توصیف این جابجایی‌ها که بر پایه روش همگرایی-همجواری^۲ (CCM) به طور گسترده‌ای در تونل‌سازی جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش برای ساده شدن مسئله فرض می‌شود که توده سنگ ایزوتروپ^۳ است و حفره در جهات مختلف تحت تأثیر تنش اولیه ثابتی قرار دارد که موجب متقارن شدن مسئله می‌شود.

در اغلب روش‌های تحلیلی برای به دست آوردن میدان تنش و تغییر شکل اطراف تونل، مدل‌های رفتاری توده سنگ الاستوپلاستیک کامل^۴ و الاستوپلاستیک شکننده^۵ در نظر گرفته شده که باعث ساده‌تر شدن مسئله می‌شود. در بعضی تحلیلی‌های دیگر نیز رفتار سنگ‌ها به صورت الاستوپلاستیک نرم‌شونده در نظر گرفته شده است که رفتار واقعی سنگ که متأثر از زمان است را نشان نمی‌دهد.

براون و هوک^۶ (۱۹۸۰) روشی تحلیلی برای پیدا کردن میدان تنش، تغییر شکل و منحنی GRC در توده سنگ‌های با رفتار الاستوپلاستیک شکننده با در نظر گرفتن معیار غیرخطی هوک و براون را ارائه کردند. پس از ایشان رید^۷ (۱۹۸۶)، یو^۸ (۲۰۰۰) و شاران^۹ (۲۰۰۳) نیز روش‌های تحلیلی برای این حالت رفتاری توده سنگ با فرض تنش‌های برجای هیدرواستاتیک و تقارن محوری (هموزن و ایزوتروپ) برای حفره‌های دایروی را ارائه کردند [۱-۴].

کارنزا تورس و فیرهرست^{۱۰} (۱۹۹۹) روشی برای تعیین میدان تنش، تغییر شکل و رسم GRC با حالت رفتاری الاستوپلاستیک کامل توسط بی‌بعد کردن متغیرها و فرض معیار شکست هوک و براون برای تونل‌های دایروی با فرض تنش‌های برجای هیدرواستاتیک و تقارن محوری، برای مسئله ارائه کردند [۵].

آلونسو و همکاران^{۱۱} (۲۰۰۳) با تعریف پارامتر نرم‌شوندگی روشی برای رسم منحنی GRC با رفتار الاستوپلاستیک نرم‌شونده در حفاریات دایروی پیشنهاد کردند [۶]. علاوه بر تحقیقات انجام‌گرفته با فرض رفتار الاستوپلاستیک، محققین معدودی نیز اثر زمان را در رفتار توده سنگ در نظر گرفته‌اند.

سالوم و همکاران^{۱۲} (۱۹۸۷) یک راه‌حل تحلیلی برای تغییر شکل ویسکوالاستوپلاستیک در اطراف یک تونل دایره‌ای شکل ارائه دادند. ایشان اثر پیشروی جبهه کار را در راه‌حل خود در نظر گرفتند [۷]. کریستسکو^{۱۳} (۱۹۸۵)، (۱۹۸۸) نیز یک راه‌حل تحلیلی و عددی برای میدان تنش و تغییر شکل اطراف یک تونل دایره‌ای شکل با فرض رفتار ویسکوالاستوپلاستیک ارائه داد [۸ و ۹].

کارگر (۲۰۱۹) یک روش تحلیلی با در نظر گرفتن اثر زمان بر روابط حاکم، برای رسم منحنی GRC در توده سنگ‌های ویسکوالاستوپلاستیک با رفتار پلاستیک کامل ارائه کرده است. جابجایی در روش ایشان تابعی از زمان، فاصله از مرکز تونل و فشار داخلی است [۱۰]. با وجود تحقیقات صورت گرفته، هنوز راه‌حلی برای رفتار ویسکوالاستوپلاستیک سنگ با رفتار نرم‌شونده ارائه نشده است.

در این مقاله سعی شده است یک راه‌حل عددی با استفاده از روش تفاضل محدود برای تعیین میدان تنش و تغییر شکل در اطراف یک حفره دایره‌ای شکل در توده سنگ با رفتار ویسکوالاستوپلاستیک که از رفتار نرم‌شونده تبعیت می‌کند ارائه شود. در ابتدا مدل ویسکوالاستوپلاستیک به صورت مختصر معرفی شده، سپس راه‌حل مربوطه ارائه می‌شود. در نهایت راه‌حل مربوطه اعتبارسنجی شده و با استفاده از آن اثر مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ در جابجایی دیواره تونل و نصب نگهداری بررسی می‌شود.

۲- مدل ویسکوالاستوپلاستیک^{۱۴}

برای شناخت بهتر رفتار توده سنگ، بخصوص رفتار وابسته به زمان^{۱۵}، لازم است که مدل‌های رفتاری سنگ درک شوند. سه المان اصلی بکار رفته در مدل‌های ویسکوالاستوپلاستیک عبارت‌اند از: فدر^{۱۶}، کمک‌فدر^{۱۷} و لغزنده^{۱۸} که به ترتیب رفتارهای الاستیک خطی، ویسکوز و پلاستیک را نشان می‌دهند. در ادامه مدل‌های وابسته به زمان با جزئیات بیشتری بررسی می‌شود.

۱-۲- رفتار ویسکوالاستیک^{۱۹}

مدل‌های ماکسول^{۲۰} و کلوین^{۲۱} مدل‌های اولیه‌ای هستند که برای نشان دادن رفتار ویسکوالاستیک استفاده می‌شوند. مدل ماکسول از ترکیب فنر و کمک‌فنر به صورت سری و مدل کلوین از ترکیب این دو المان به صورت موازی ساخته می‌شود. رابطه تنش- کرنش مدل ماکسول طبق رابطه (۱) تعریف می‌شود:

$$\frac{\dot{\sigma}}{G_M} + \frac{\sigma}{\eta_M} = \dot{\epsilon} \quad (1)$$

و برای مدل کلوین به صورت زیر است:

$$\sigma = G_K \epsilon + \eta_K \dot{\epsilon} \quad (2)$$

که در روابط بالا، اندیس M و K به ترتیب مربوطه به مدل‌های ماکسول و کلوین است و $\sigma, \epsilon, G, \eta$ به ترتیب تنش، کرنش، مدول برشی و ثابت ویسکوزیته است. همچنین $\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt}$ و $\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt}$ است [۱۱].

مدل برگر^{۲۲} از ترکیب مدل ماکسول و کلوین به صورت سری حاصل می‌شود. رابطه تنش-کرنش در این مدل به صورت زیر است [۱۲]:

$$\eta_k \dot{\epsilon} + G_k \epsilon = \frac{\eta_k}{G_m} \dot{\sigma} + \left(1 + \frac{G_k}{G_m} + \frac{\eta_k}{\eta_m}\right) \dot{\sigma} + \frac{G_k}{\eta_m} \sigma \quad (3)$$

مدول برشی برگر (G) در حالت خزش به صورت زیر از رابطه (۳) به دست می‌آید.

$$G(t) = \left\{ \left(\frac{1}{G_k} \right) \left(1 - e^{-\frac{tG_k}{\eta_k}} \right) + \left(\frac{1}{G_m} \right) + \left(\frac{t}{\eta_m} \right) \right\}^{-1} \quad (4)$$

در نهایت با فرض عدم وجود رفتار ویسکوز در تغییر شکل حجمی توده سنگ، نسبت پواسون (ν) و مدول یانگ (E) در مدل برگر نیز به صورت رابطه‌های (۵) و (۶) بر حسب مدول برشی برگر (G) و مدول بالک (K) محاسبه می‌شوند [۱۰]:

$$\nu(t) = \frac{3K - 2G(t)}{6K + 2G(t)} \quad (5)$$

$$E(t) = 2G(t)(1 + \nu(t)) \quad (6)$$

۲-۲- رفتار پلاستیک

اگر مقدار مؤلفه‌های تانسور تنش از حد مجاز بیشتر شوند جابجایی پلاستیک دائمی رخ می‌دهد. در این حالت تابع تسلیم از مقدار تنش (σ)، کرنش پلاستیک (ϵ^p) و تانسور سخت‌شوندگی تبعیت می‌کند که به صورت رابطه (۷) بیان می‌شود [۱۱]:

$$f(\sigma_{ij}, \epsilon^p, k_{ij}) = 0 \quad (7)$$

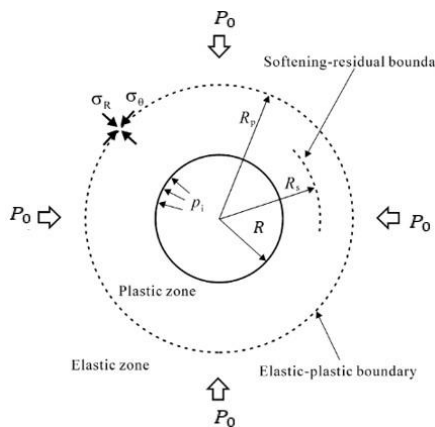
که در آن k_{ij} تانسور سخت‌شوندگی است و سطح تابع تسلیم در هنگام جریان پلاستیک را کنترل می‌کند. کرنش‌های پلاستیک را نیز می‌توان مطابق با قانون جریان بر حسب تابع پتانسیل پلاستیک $g(\sigma_{ij})$ به شکل زیر تعریف کرد [۱۰]:

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8)$$

که در آن $d\lambda$ ثابت تناسب است.

۳- تعریف مسئله

همان‌گونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود یک تونل دایروی با شعاع R تحت تنش برجای P_0 حفر شده است. سیستم نگهداری، فشار داخلی P_i در دیواره تونل به صورت یکنواخت فراهم می‌کند و زمانی که فشار داخلی کمتر از فشار نگهداری بحرانی^{۲۳} شود یک ناحیه پلاستیک اطراف تونل با شعاع R_p تشکیل می‌شود که این شعاع مرز ناحیه الاستوپلاستیک را نیز مشخص می‌کند.



شکل ۱: ناحیه پلاستیک و نرم‌شونده تشکیل شده اطراف تونل

[۱۳].

زمانی که فشار داخلی نگهداری کمتر از فشار نگهداری بحرانی ($P_i < P_i^{cr}$) شود، یک ناحیه پلاستیک اطراف تونل

اتساع (ψ) باشد، در مدل کرنش نرم‌شونده تابعی از γ^p است. γ^p کرنش پلاستیک انحرافی است که از رابطه (۱۲) به دست می‌آید:

$$\gamma^p = \varepsilon_{\theta}^p - \varepsilon_r^p \quad (12)$$

که ε_{θ}^p و ε_r^p مؤلفه پلاستیک کرنش شعاعی و مماسی است. در مرحله نرم‌شونده با افزایش γ^p مقدار پارامتر مقاومتی ω به صورت زیر کاهش می‌یابد.

$$\omega(\gamma^p) = \begin{cases} \omega_p - (\omega_p - \omega_r) \frac{\gamma^p}{\gamma^{p*}}, & 0 < \gamma^p < \gamma^{p*} \\ \omega_r, & \gamma^p \geq \gamma^{p*} \end{cases} \quad (13)$$

در رابطه بالا، ω_p, ω_r مقدار اوج و باقی‌مانده پارامترهای مقاومتی و γ^{p*} کرنش پلاستیک انحرافی بحرانی است.

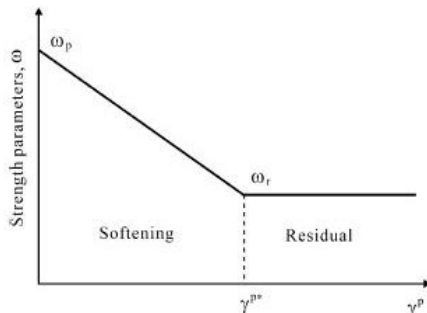
به منظور حل مسئله، همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، ناحیه پلاستیک ایجاد شده در اطراف تونل به n حلقه متحدالمرکز تقسیم می‌شود. شعاع این حلقه‌ها از مرکز الاستوپلاستیک تا دیواره تونل به ترتیب برابر با $r(0), r(1), \dots, r(i), \dots, r(n)$ است. شعاع نرمال شده این حلقه‌ها نیز با تقسیم آن‌ها بر بزرگ‌ترین شعاع (شعاع ناحیه پلاستیک) به دست می‌آید:

$$\rho(i) = \frac{r(i)}{R_p} \quad (14)$$

که اندیس i بیانگر شماره حلقه است. از آنجاکه با افزایش زمان کرنش پلاستیک افزایش یافته و در نتیجه میدان تنش، کرنش و شعاع زون پلاستیک تغییر می‌کند، رابطه فوق با در نظر گرفتن زمان به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\rho(i, j) = \frac{r(i)}{R_p(j)} \quad (15)$$

اندیس j در رابطه بالا نشان‌دهنده گام زمانی است. با در نظر گرفتن این موضوع و معادله سازگاری^{۲۶} در حالت تقارن محوری که به صورت زیر است:



شکل ۲: تخمین پارامترهای مقاومتی در زون پلاستیک [۱۳].

ایجاد می‌شود. این فشار نگهداری بحرانی توسط رابطه (۹) تعریف می‌شود [۱۴]:

$$P_i^{cr} = \frac{2P_0 - Y_p}{N_p + 1} \quad (9)$$

که مقادیر N_p و Y_p با استفاده از رابطه (۱۰) تعیین می‌شود.

$$Y_p = \frac{2c_p \cos \varphi_p}{1 - \sin \varphi_p}, \quad N_p = \frac{1 + \sin \varphi_p}{1 - \sin \varphi_p} \quad (10)$$

در رابطه بالا c_p و φ_p همان مقادیر اوج چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی هستند. همچنین اگر $(P_i \geq P_i^{cr})$ باشد جابجایی‌های شعاعی الاستیک دیواره تونل از رابطه (۱۱) به دست می‌آید [۱۴]:

$$u_e = R \left(\frac{1}{2G} \right) (P_0 - P_i) \quad (11)$$

مقدار تنش شعاعی در مرز الاستوپلاستیک برابر با فشار نگهداری بحرانی است، به عبارتی در $P_i^{cr}: R_p = \sigma_r = \sigma_{R_p}$ است.

۴- راه‌حل و اعتبارسنجی

در این بخش یک راه‌حل عددی برای دستیابی به تنش‌ها و کرنش‌ها در توده سنگ‌هایی با رفتار ویسکوالاستوپلاستیک نرم‌شونده ارائه می‌شود. سپس راه‌حل ارائه شده با راه‌حل کارگر و مدل‌سازی عددی با نرم‌افزار فلک دوبعدی ورژن ۲۴۸ مقایسه می‌شود [۱۰ و ۱۵].

۴-۱- راه‌حل

مدل رفتاری توده سنگ در راه‌حل ارائه شده از ترکیب یک اسلایدر با معیار مقاومتی موهر-کلمب با یک المان برگر، به صورت سری تشکیل می‌شود. این مدل که به مدل CVISC معروف است و اولین بار توسط شرکت آیتسکا^{۲۵} توسعه داده شده قادر به در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک همراه با رفتار پلاستیک کامل است. تنها تفاوت مدل رفتاری بکار رفته در این راه‌حل با مدل CVISC در رفتار المان لغزنده است. در اینجا رفتار لغزنده بجای پلاستیک کامل، پلاستیک نرم شونده است.

همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود پارامترهای مقاومتی توده سنگ که با ω نمایش داده می‌شود که این ω می‌تواند چسبندگی (c)، زاویه اصطکاک داخلی (φ) و یا زاویه

در طول نمو زمان Δt ، میدان تغییر شکل الاستیک و غیرالاستیک اطراف تونل افزایش می‌یابد. در نتیجه، میدان تغییر شکل‌های دائمی در تغییرات پارامترهای مقاومتی طبق رابطه (۱۷) مشارکت می‌کنند و این پدیده موجب تغییر در تنش شعاعی در مرز الاستوپلاستیک توده‌سنگ مطابق رابطه (۲۱) می‌شود:

$$\sigma_{Rp}(j) = \frac{2P_0 - Y(\gamma^p)}{N(\gamma^p) + 1} \quad (21)$$

همچنین، نمو تنش شعاعی در بین دو حلقه متوالی در یک‌زمان مشخص به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta\sigma_r^{(i)}(j) = \frac{p_i - \sigma_{Rp}(j)}{n} \quad (22)$$

بنابراین مؤلفه‌های تنش در حلقه جدید از رابطه زیر به دست می‌آیند.

$$\sigma_{r,\theta}(i,j) = \sigma_{r,\theta}(i-1,j) + \Delta\sigma_{r,\theta}^{(i)}(j) \quad (23)$$

تغییرات تنش مماسی در یک‌زمان مشخص نیز طبق رابطه (۹) به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta\sigma_\theta^{(i)}(j) = \Delta H(\sigma_r(i,j), \gamma^p(i-1,j) - 1) + \Delta\sigma_r^{(i)}(j) \quad (24)$$

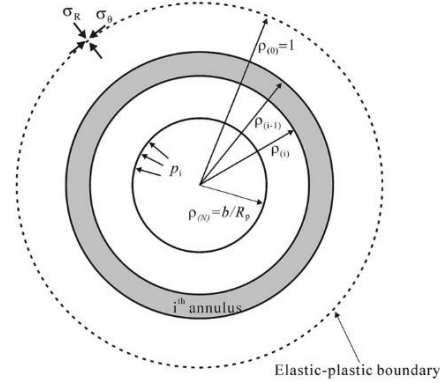
به‌طوری‌که:

$$H(\sigma_r, \gamma^p) = (N(\gamma_p) - 1)\sigma_r + Y(\gamma_p) \quad (25)$$

بنابراین، نمو مؤلفه‌های کرنش، قسمت ویسکوز و الاستیک، برای هر حلقه در یک گام زمانی به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_r^e(i,j) \\ \Delta\varepsilon_\theta^e(i,j) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2G(0)} \begin{bmatrix} 1-v(0) & -v(0) \\ -v(0) & 1-v(0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_r(i,j) \\ \Delta\sigma_\theta(i,j) \end{Bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_r^v(i,j) \\ \Delta\varepsilon_\theta^v(i,j) \end{Bmatrix} = \left(-\frac{G'(t)\Delta t}{2[G(t)]^2} \begin{bmatrix} 1-v(t) & -v(t) \\ -v(t) & 1-v(t) \end{bmatrix} - \frac{v'(t)\Delta t}{2G(t)} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left(\sum_{k=1}^j \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_r(i,k) \\ \Delta\sigma_\theta(i,k) \end{Bmatrix} \right) + \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_r^{(i)}(0) \\ \Delta\sigma_\theta^{(i)}(0) \end{Bmatrix} \quad (27)$$



شکل ۳: زون بندی ناحیه پلاستیک توسط n حلقه با شعاع نرمال شده [۱۳].

$$\frac{\partial\varepsilon_\theta}{\partial\rho} + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{\rho} = 0 \quad (16)$$

معادله (۲۰) را می‌توان برحسب مؤلفه‌های تغییر شکل الاستیک اولیه، ویسکوز و پلاستیک به‌صورت معادله (۲۱) بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_\theta^e}{d\rho} + \frac{d\varepsilon_\theta^v}{d\rho} + \frac{d\varepsilon_\theta^p}{d\rho} + \frac{\varepsilon_\theta^e - \varepsilon_r^e}{\rho} \\ + \frac{\varepsilon_\theta^v - \varepsilon_r^v}{\rho} + \frac{\varepsilon_\theta^p - \varepsilon_r^p}{\rho} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

سپس می‌توان معادله (۲۱) را با توجه به اجزاء کرنش در حلقه و گام زمانی قبل به‌صورت تفاضل محدود بازنویسی کرد، توجه شود اندیس i بیان‌کننده شماره حلقه و j بیانگر گام زمانی است:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\varepsilon_\theta^{e(i)}(j)}{\Delta\rho} + \frac{\Delta\varepsilon_\theta^{v(i)}(j)}{\Delta\rho} + \frac{\Delta\varepsilon_\theta^{p(i)}(j)}{\Delta\rho} \\ + \frac{\varepsilon_\theta^e(i-1,j) - \varepsilon_r^e(i-1,j)}{\rho} \\ + \frac{\varepsilon_\theta^v(i-1,j) - \varepsilon_r^v(i-1,j)}{\rho} \\ + \frac{\varepsilon_\theta^p(i-1,j) - \varepsilon_r^p(i-1,j)}{\rho} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

تغییرات شعاع نرمال‌شده به‌کاررفته در معادله (۲۲) به‌صورت رابطه (۱۹) تعریف می‌شود:

$$\Delta\rho(i,j) = \rho(i,j) - \rho(i-1,j) \quad (19)$$

همچنین، تغییرات کرنش‌های الاستیک، ویسکوز و پلاستیک بین دو حلقه مجاور در یک‌زمان مشخص نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

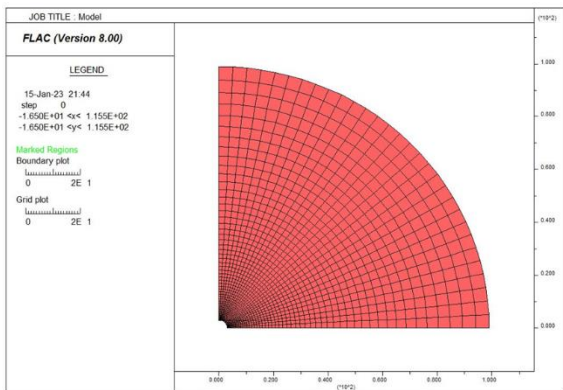
$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{r,\theta}^{e,v,p(i)}(j) = \varepsilon_{r,\theta}^{e,v,p}(i,j) \\ - \varepsilon_{r,\theta}^{e,v,p}(i-1,j) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial \rho} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\rho} = 0 \quad (29)$$

و سپس با نوشتن معادله بر اساس روش تفاضل محدود و استفاده از معیار تسلیم، مقدار شعاع نرمال طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho(i, j) = \rho(i-1, j) \left\{ \frac{2H \left(\frac{\sigma_r(i, j) + \sigma_r(i-1, j)}{2}, \gamma^p(i-1, j) \right) + \Delta \sigma_r^{(i)}(j)}{2H \left(\frac{\sigma_r(i, j) + \sigma_r(i-1, j)}{2}, \gamma^p(i-1, j) \right) - \Delta \sigma_r^{(i)}(j)} \right\} \quad (30)$$

نمای مش بندی مدل در نرم‌افزار فلک در شکل ۴ مشاهده می‌شود.



شکل ۴: نمای مش بندی مدل در نرم‌افزار فلک دوبعدی.

همان‌گونه که دیده می‌شود شعاع تونل ۳ متر، شعاع مدل ۳۳ متر و به علت تقارن تنها یک‌چهارم مدل در نظر گرفته شد. دیواره‌های افقی و قائم در مرز مدل نیز به‌وسیله غلتک بی‌حرکت شدند. مدل رفتاری در مدل‌سازی عددی ویسکوالاستوپلاستیک کامل در نظر گرفته شد.

از طرفی دیگر راه‌حل تحلیلی کارگر که بر پایه مدل رفتاری ویسکوالاستوپلاستیک کامل است نیز مورد استفاده قرار گرفت. این راه‌حل عکس‌العمل نگهداری را به‌صورت نمو تنش در توده‌سنگ مدل می‌کند. ابتدا در شکل ۵ مقدار جابجایی‌های شعاعی نسبت به فاصله از دیواره تونل در فشار داخلی صفر، سپس در شکل ۶ مقدار جابجایی‌های شعاعی دیواره تونل نسبت به زمان با فرض فشار داخلی صفر و در نهایت در شکل ۷ منحنی GRC در زمان‌های مختلف توسط راه‌حل ارائه‌شده به‌دست‌آمده و با جواب حاصل از نرم‌افزار فلک و راه‌حل فرم بسته کارگر مقایسه شده است.

که در آن $t = j\Delta t$ و نمو تنش شعاعی و مماسی نسبت به زمان و فاصله از مرکز تونل مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta \sigma_{r,\theta}(i, j) = \Delta \sigma_{r,\theta}^{(i)}(j) - \Delta \sigma_{r,\theta}^{(i)}(j-1) \quad (28)$$

برای یافتن شعاع نرمال شده جدید وابسته به گام زمانی، ابتدا با در نظر گرفتن معادله تعادل برای مسئله متقارن محوری در سیستم مختصات قطبی که به‌صورت زیر است:

همچنین نمو مؤلفه کرنش پلاستیک مماسی برای حلقه λ م در طول هر گام زمانی، می‌تواند از رابطه (۲۲) به دست آید. در نهایت مؤلفه کرنش پلاستیک شعاعی به‌وسیله ضرب اتساع به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta \varepsilon_r^p(i, j) = -k(i-1, j) \Delta \varepsilon_\theta^p(i, j) \quad (31)$$

در نهایت، مؤلفه‌های تنش و جابجایی کل، شعاع نرمال شده در حلقه λ م در گام زمانی λ م و شعاع ناحیه پلاستیک توسط روابط (۳۲)، (۳۳)، (۳۴) و (۳۵) به دست می‌آیند:

$$\sigma_\theta(i, j) = \sigma_\theta(i-1, j) + \Delta \sigma_\theta^{(i)}(j) \quad (32)$$

$$\varepsilon_{r,\theta}(i, j) = \varepsilon_{r,\theta}(i-1, j) + \Delta \varepsilon_{r,\theta}^{(i)}(j) \quad (33)$$

$$\gamma^p(i, j) = \gamma^p(i-1, j) + \Delta \gamma^p(i)(j) \quad (34)$$

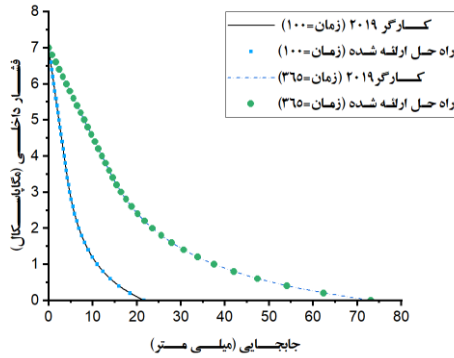
$$R_p(j) = \frac{b}{\rho(n+1, j)} \quad (35)$$

۴-۲- اعتبارسنجی راه‌حل ارائه‌شده با مدل‌سازی فلک و راه‌حل کارگر

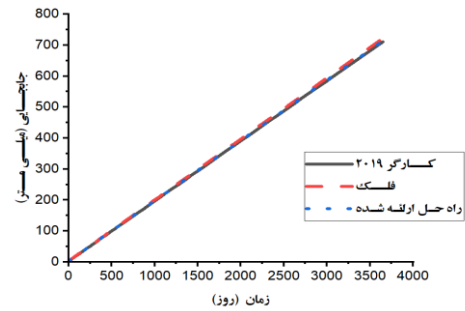
در این بخش راه‌حل ارائه‌شده با استفاده از مدل‌سازی عددی و راه‌حل ارائه‌شده توسط کارگر ۲۰۱۹ اعتبارسنجی می‌شود.

برای این مقایسه یک نمونه توده‌سنگ با خواصی که در جدول ۱ آورده شده است، استفاده‌شده، شعاع تونل ۳ متر و تنش برجا ۷ مگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود. برای مدل‌سازی عددی از نرم‌افزار فلک دوبعدی استفاده گردید.

همان‌طور که در شکل‌های ۵ تا ۷ مشاهده می‌شود نتایج این سه راه‌حل در زمان‌های مختلف برهم منطبق است.



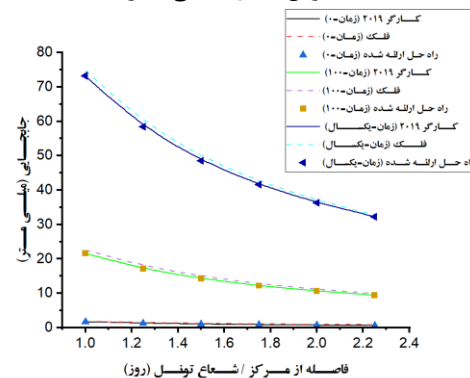
شکل ۷: مقایسه منحنی GRC به دست آمده از روش عددی پیشنهادی با نتایج حاصل از روش کارگر ۲۰۱۹.



شکل ۵: مقایسه مقدار جابجایی دیواره تونل نسبت به زمان با فرض فشار داخلی صفر.

۵- تأثیر انواع مدل‌های رفتاری پلاستیک در جابجایی دیواره تونل با گذشت زمان

پس از مقایسه راه‌حل ارائه شده با نتایج نرم‌افزار فلک و راه‌حل کارگر، در این بخش به تأثیر انواع مدل‌های رفتاری در جابجایی ایجاد شده در دیواره تونل پرداخته می‌شود. در این بررسی فرض شده است که شعاع تونل و تنش اولیه به ترتیب ۴ متر و ۹ مگاپاسکال بوده و توده سنگ از داده‌های جدول ۲ برای مدل‌های رفتاری پلاستیک کامل، نرم‌شونده و شکننده پیروی می‌کند.



شکل ۶: مقایسه مقدار جابجایی شعاعی نسبت به فاصله از دیواره در زمان‌های مختلف با فرض فشار داخلی صفر.

جدول ۱: پارامترهای یک نوع توده سنگ برای اعتبارسنجی راه‌حل ارائه شده [۱۶]

زاویه اتساع (درجه)	زاویه اصطکاک داخلی (درجه)	چسبندگی (مگاپاسکال)	ثابت ویسکوزیته ماکسول (مگاپاسکال*روز)	مدول برشی ماکسول (مگاپاسکال)	ثابت ویسکوزیته کلوین (مگاپاسکال*روز)	مدول برشی کلوین (مگاپاسکال)
۰	۲۳	۰٫۸	۱۳۹۰۰۰	۱۹۹۰۰	۱۹۹۰۰	۶۷۳۰۰

جدول ۲: خواص مکانیکی توده سنگ [۱۷ و ۱۸]

مدل برگر پارامترهای						
مدول بالک (مگاپاسکال)	ثابت ویسکوزیته ماکسول (مگاپاسکال*روز)	مدول برشی ماکسول (مگاپاسکال)	ثابت ویسکوزیته کلوین (مگاپاسکال*روز)	مدول برشی کلوین (مگاپاسکال)		
۴۳۱۱۶	۱۳۹۰۰۰	۱۹۹۰۰	۱۹۹۰۰	۶۷۳۰۰		
پارامترهای مدل پلاستیک						
کرنش پلاستیک انحرافی بحرانی	زاویه اتساع باقی مانده (درجه)	زاویه اتساع اوج (درجه)	زاویه اصطکاک داخلی باقی مانده (درجه)	زاویه اصطکاک داخلی اوج (درجه)	چسبندگی باقی مانده (مگاپاسکال)	چسبندگی اوج (مگاپاسکال)
∞	۰	۵	۱۲	۲۵	۰٫۹۵	۲

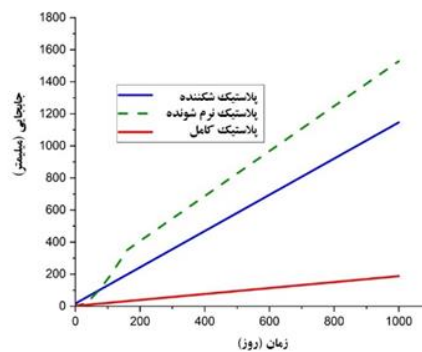
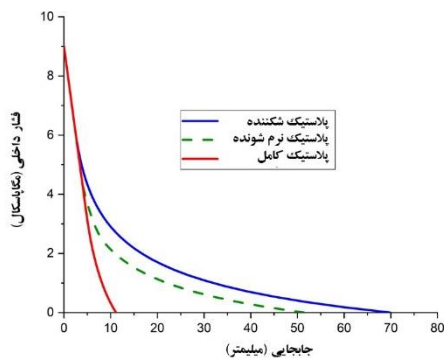
پلاستیک کامل: ∞

پلاستیک شکننده: ۰

کرنش نرم‌شونده: ۰٫۰۴۷۴۲

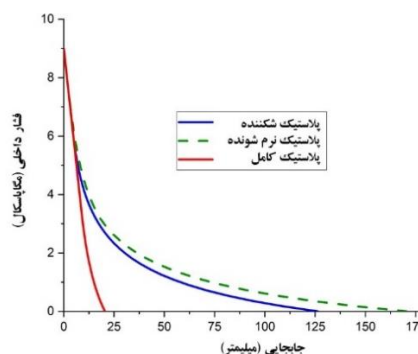
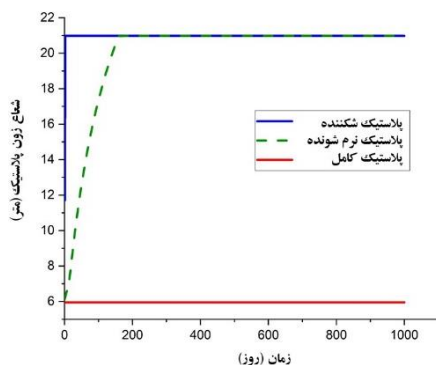
طرفی دیگر همان گونه که در شکل ۱۳ دیده می‌شود در طی این بازه زمانی تا برابر شدن شعاع زون پلاستیک در این دو مدل، متوسط مؤلفه دوم تنش انحرافی در توده سنگ در مدل نرم شونده بیشتر از مدل شکننده است که باعث افزایش بخش ویسکوز جابجایی و درنهایت باعث افزایش جابجایی کل در مدل نرم شونده نسبت مدل شکننده برای زمان‌های بیشتر از ۷۰ روز می‌شود. در انتها با برابر شدن شعاع زون پلاستیک و باقیمانده در دو مدل، به علت تأثیر اولیه تنش انحرافی در جابجایی‌ها، جابجایی در مدل نرم شونده در زمان‌های طولانی بیشتر از مدل شکننده می‌شود. در مدل پلاستیک کامل، اگرچه مؤلفه دوم تنش انحرافی همواره بیشتر از دو مدل دیگر است اما به علت کم بودن شعاع زون پلاستیک در مقایسه با دو مدل دیگر، کمترین جابجایی را در توده سنگ موجب می‌شود.

در شکل ۸ مشاهده می‌شود که در زمان‌های نسبتاً کوتاه (کمتر از ۷۰ روز) جابجایی دیواره تونل در مدل شکننده از دیگر مدل‌ها بیشتر است، اما باگذشت زمان جابجایی مدل نرم شونده فزونی گرفته و بیشتر از دیگر مدل‌ها می‌شود. در این میان مدل پلاستیک کامل دارای کمترین جابجایی در بین مدل‌ها است. این روند در نمودار GRC، در شکل‌های ۹ و ۱۰، برای زمان‌های ۵۰ و ۱۰۰ روز نیز کاملاً مشهود است. چنین روندی در میدان جابجایی با در نظر گرفتن گسترش زون پلاستیک و تغییرات تنش انحرافی در توده سنگ چندان دور از انتظار نیست. همان گونه که در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ مشاهده می‌شود شعاع زون پلاستیک و باقیمانده در زمان‌های کوتاه در مدل شکننده بیشتر از مدل نرم شونده است که باعث افزایش جابجایی در این مدل می‌شود؛ اما باگذشت زمان، اختلاف شعاع زون پلاستیک و باقیمانده در این دو مدل کمتر شده و درنهایت باهم برابر می‌شوند. از



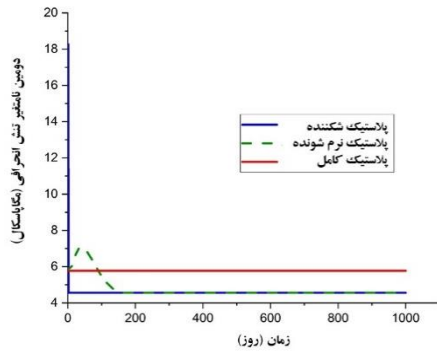
شکل ۹: منحنی عکس‌العمل زمین (GRC) برای زمان ۵۰ روز، برای مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ.

شکل ۸: جابجایی دیواره تونل برحسب زمان برای مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ.

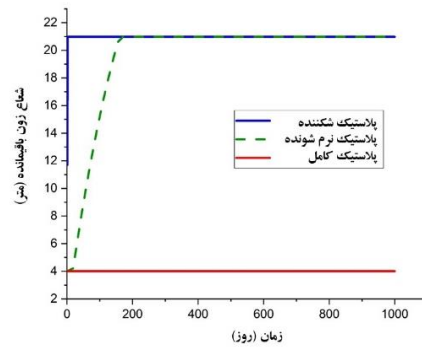


شکل ۱۱: تغییرات شعاع زون پلاستیک برحسب زمان برای مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ.

شکل ۱۰: منحنی عکس‌العمل زمین (GRC) برای زمان ۱۰۰ روز، برای مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ.



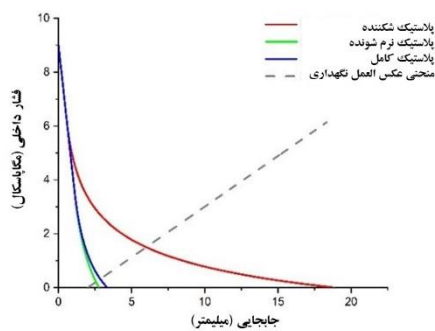
شکل ۱۳: تغییرات دومین نامتغیر تانسور تنش انحرافی برحسب زمان برای مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ.



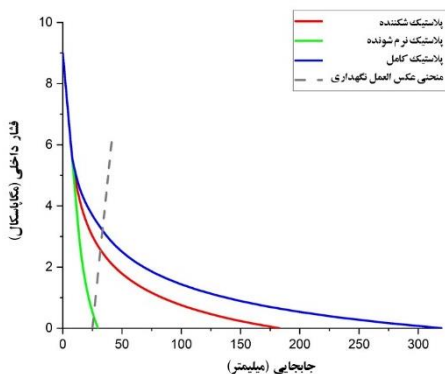
شکل ۱۴: تغییرات شعاع زون پلاستیک باقیمانده برحسب زمان برای مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ.

۶- نصب نگهداری

با بررسی تأثیر انواع مدل‌های رفتاری در جابجایی ایجادشده در دیواره تونل در بخش قبل، در این بخش تأثیر مدل رفتاری توده سنگ در فشار وارد بر نگهداری، با در نظر گرفتن زمان، بررسی می‌شود. نگهداری استفاده‌شده در این قسمت، لاینینگ بتنی با ضخامت ۳۰ سانتیمتر، مدول الاستیسیته ۱۸,۵ گیگاپاسکال و ضریب پواسون ۰,۲ است. به‌منظور بررسی بهتر اثر نگهداری در حالت‌های مختلف، حداکثر بار قابل تحمل توسط لاینینگ ۶,۱ مگاپاسکال در نظر گرفته شده است. شکل‌های ۱۴ و ۱۵ نمودار GRC همراه با SRC در زمان‌های نصب کوتاه (۵ روز) و طولانی (۱۵۰ روز) را به ترتیب نمایش می‌دهند. همان‌گونه که در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ مشاهده می‌شود منحنی SRC در زمان‌های نصب کوتاه، در فشارهای کمتر برای مدل ساختاری مربوطه با منحنی GRC به تعادل می‌رسد. از طرفی همان‌گونه که دیده می‌شود در زمان‌های نصب کوتاه مدل شکننده بیشترین فشار را بر نگهداری ایجاد می‌کند، درحالی‌که در زمان‌های نصب طولانی مدل نرم شونده باعث ایجاد بیشترین فشار وارد بر نگهداری می‌شود؛ بنابراین در نصب نگهداری در سنگ‌های با مقاومت متوسط، می‌بایست برای برآورد صحیح فشار وارد بر نگهداری در زمان‌های طولانی، توده سنگ را با رفتار نرم شونده در نظر گرفت.



شکل ۱۴: نمودار منحنی عکس‌العمل زمین و شاخه نگهداری در زمان نصب ۵ روز برای مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ.



شکل ۱۵: نمودار منحنی عکس‌العمل زمین و شاخه نگهداری در زمان نصب ۱۵۰ روز برای مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ.

۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک راه‌حل عددی بر اساس روش تفاضل محدود به‌منظور تعیین جابجایی در اطراف تونل با فرض رفتار ویسکوز الاستوپلاستیک برای توده‌سنگ ارائه شد. راه‌حل ارائه‌شده بر پایه رفتار نرم شونده برای توده‌سنگ بوده و قابلیت مدل کردن رفتارهای پلاستیک کامل و شکننده را

- [7] Sulem J, Panet M, Guenot A, editors. 1987 An analytical solution for time-dependent displacements in a circular tunnel. *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts*, Elsevier.
- [8] Cristescu N. 1988 Viscoplastic creep of rocks around a lined tunnel. *International journal of plasticity*, 4(4), 393-412.
- [9] Critescu N. 1985 Viscoplastic creep of rocks around horizontal tunnels. *International Journal of Rock Mechanics*, 22(6).
- [10] Kargar AR. 2019 An analytical solution for circular tunnels excavated in rock masses exhibiting viscous elastic-plastic behavior. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 124, 104128.
- [11] Mase GE, Mase G. 1970 *Continuum mechanics*. McGraw-Hill New York.
- [12] Jaeger JC, Cook NG, Zimmerman R. 2009 *Fundamentals of rock mechanics*. John Wiley & Sons.
- [13] Lee Y-K, Pietruszczak S. 2008 A new numerical procedure for elasto-plastic analysis of a circular opening excavated in a strain-softening rock mass. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 23(5), 588-99.
- [14] Singh RN, Ghose AK. 2006 *Engineered rock structures in mining and civil construction*. CRC Press.
- [15] Itasca Consulting Group, Inc. (2019) *FLAC — Fast Lagrangian Analysis of Continua*, Ver. 8.00. Minneapolis: Itasca.
- [16] Paraskevopoulou C, Diederichs M. 2018 Analysis of time-dependent deformation in tunnels using the Convergence-Confinement Method. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 71, 62-80.
- [17] Park K-H, Tontavanich B, Lee J-G. 2008 A simple procedure for ground response curve of circular tunnel in elastic-strain softening rock masses. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 23(2), 151-9.
- [18] Zhang H, Wang Z, Zheng Y, Duan P, Ding S. 2012 Study on tri-axial creep experiment and constitutive relation of different rock salt. *Safety science*, 50(4), 801-5.

نیز دارا است. این راه‌حل دارای تطابق خوبی با مدل عددی ساخته‌شده با نرم‌افزار فلک و راه‌حل کارگر است. همان‌گونه که مشاهده شد رفتار نرم شونده بیشترین جابجایی را با گذشت زمان در توده سنگ نسبت به دو مدل دیگر (به علت تأثیر توأمان شعاع زون پلاستیک و میزان تنش انحرافی ایجادشده در توده سنگ) تولید می‌کند. در اندرکنش میان نگهداری و توده‌سنگ نیز، در زمان‌های طولانی پس از نصب، مدل رفتاری نرم شونده باعث ایجاد بیشترین فشار از طرف توده سنگ بر نگهداری می‌شود؛ بنابراین با توجه به اینکه اغلب سنگ‌ها در طبیعت دارای رفتار نرم شونده می‌باشند اهمیت انتخاب این مدل رفتاری در تعیین رفتار وابسته به زمان توده‌سنگ و فشار ایجادشده در نگهداری به‌وضوح نمایان می‌شود.

مراجع

- [1] Brown E, Hoek E. 1980 *Underground excavations in rock*. CRC Press.
- [2] Reed M. 1986 Stresses and displacements around a cylindrical cavity in soft rock. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 36(3), 223-45.
- [3] Sharan S. 2003 Elastic-brittle-plastic analysis of circular openings in Hoek-Brown media. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(6), 817-24.
- [4] Yu H-S. 2000 Cavity expansion methods in geomechanics. Springer Science & Business Media.
- [5] Carranza-Torres C, Fairhurst C. 1999 The elasto-plastic response of underground excavations in rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36(6), 777-809.
- [6] Alonso E, Alejano LR, Varas F, Fdez-Manin G, Carranza-Torres C. 2003 Ground response curves for rock masses exhibiting strain-softening behaviour. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 27(13), 1153-85.

¹⁴ Visco-Elasto-Plastic

¹⁵ Time dependent behavior

¹⁶ Spring element

¹⁷ Dashpot element

¹⁸ Slider element

¹⁹ Viscoelastic behavior

²⁰ Maxwell

²¹ Kelvin

²² Burger model

²³ Critical support pressure

²⁴ FLAC

²⁵ ITASCA

²⁶ Compatibility equation

¹ Ground Reaction Curve

² Convergence-Confinement method

³ Isotropic

⁴ Elastic-Perfectly Plastic

⁵ Elastic-Brittle plastic

⁶ Brown & Hoek

⁷ Reed

⁸ Yo

⁹ Sharan

¹⁰ Carranza Torres & Fairhurst

¹¹ Alonso et al.

¹² Sulem et al.

¹³ Cristescu