نشریه علمی سیاست‌گذاری اقتصادی
مقاله پژوهشی/ سال دوازدهم، شماره بیست و چهارم، پاییز و زمستان ۱۳۹۹

مدل‌سازی بیزی تلاطم بازده سهام با مدل‌های GARCH متقارن و نامتقارن

مجتبی رستمی[۱]
سید نظام‌الدین مکیان[۲]
رسول روزگار[۳]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۲۵ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۰۶

چکیده

تلاطم معیار اندازه‌گیری عدم قطعیت است که در نظریه‌های مالی، مدیریت ریسک و قیمت‌گذاری اختیارات نقش اساسی را دارد. پژوهش‌ها در زمینه‌ی ارائه مدل‌های اقتصادسنجی که قادر به پیش‌بینی تلاطم باشند با معرفی مدل ARCH توسط انگل (۱۹۸۲) به ثمر نشست. با وجود این موفقیت اولیه، تخمین این مدل‌ها که به طور گسترده با روش حداکثر راستنمایی انجام می‌شود حاوی ضعف‌های اساسی است. در این زمینه می‌توان به مواردی همچون ناشناخته بودن خواص مجانبی آزمون‌های ریشه واحد در حضور اثرات ARCH، نرمال نبودن توزیع مجانبی برآوردگرها به دلیل ویژگی دم پهنی توزیع داده‌های مالی و نحوه انتخاب مدل تلاطم بر اساس معیارهای اطلاعاتی بدون توجه به درجه عدم قطعیت مدل‌ها و تنها بر اساس تنظیم وقفه‌ها اشاره کرد. پیامد این موارد ایجاد نتایج نامطلوب در زمینه پیش‌بینی و نامعتبر بودن آزمون فرضیه‌ها است. نظر به اهمیت مدل‌سازی و پیش‌بینی تلاطم در بازارهای مالی، در پژوهش حاضر از شیوه استنباط بیزی استفاده می‌شود. این شیوه، علاوه بر حل مشکلات یاد شده، محققین را قادر به ارزیابی میزان احتمال صحت مدل می‌نماید. به منظور انطباق بیشتر مدل‌سازی‌ها با واقعیت داده‌های مالی، در این پژوهش از توزیع t به عنوان توزیع حاشیه‌ای بازده استفاده شده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که در بورس تهران به احتمال ۶۸٪ نیمه عمر تلاطم حدود ۲۷ روز است. همچنین با احتمال بیش از ۵۰٪ وجود اثر اهرمی در این بازار تایید شده است. همچنین، با استفاده از معیار انحراف اطلاعاتی بیزی الگوی GJR-GARCH به عنوان بهترین مدل برای پیش‌بینی تلاطم در بازار سهام انتخاب می‌شود.

واژگان کلیدی: مدل‌های متقارن و نامتقارن تلاطم، تلاطم بازار سهام، استنباط بیزی.

Keywords: Symmetric and Asymmetric Volatility Models, Stock Return Volatility, Bayesian Inference
JEL Classification: C58, G1, C11.

[۱]. دکتری اقتصاد، دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد mojtabarostami1364@yahoo.com
[۲]. دانشیار گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد (نویسنده مسئول) nmakiyan@yazd.ac.ir
[۳]. دانشیار آمار، دانشکده علوم ریاضی، بخش آمار، دانشگاه یزد rroozegar@yazd.ac.ir

۱- مقدمه

عدم قطعیت[1] بیانگر دانش محدود انسان و عدم امکان توصیف دقیق شرایط موجود کنونی یا آینده است. در این شرایط، برای اندازه‌گیری و بیان عدم قطعیت از توزیع احتمال نتایج یا حالت‌های ممکن وقوعی وضعیت مورد نظر استفاده می‌شود. اما این توصیف معمولا به علت پیچیدگی‌های تخمین توزیع احتمال دشوار یا نشدنی است. به این دلیل، بجای توزیع احتمال وضعیت مورد نظر از معیارها و تقریب‌های ساده‌تر استفاده می‌شود. واریانس یکی از معیارهای مورد توافق در اندازه‌گیری عدم قطعیت است که در عمل استفاده می‌شود.

عدم قطعیت در اقتصاد کلان پیامدهای نامطلوبی دارد (صادقی و همکاران، ۱۳۹۴). با این حال، از حوزه‌هایی که اندازه‌گیری و پیش‌بینی میزان عدم قطعیت در آن اهمیت دارد حوزه اقتصاد مالی است به طوری که در این زمینه، انگل[2] (۲۰۰۶) بیان می‌دارد که: «در اقتصاد کلان عدم قطعیت می‌تواند رفتار مردم را تغییر دهد. با وجود آن‌که چنین اثری در اقتصاد کلان می‌تواند واقعیت داشته باشد اما در مقایسه با سایر اثرها بزرگ نیست. در [اقتصاد] مالی عدم قطعیت و ریسک ویژگی‌های اصلی آن‌چه که در آینده روی می‌دهد را تعیین می‌کنند». شاخه‌های مختلفی از اقتصاد مالی را می‌توان به عنوان نمونه ذکر کرد که در آن‌ها ارزیابی عدم قطعیت اهمیت زیادی دارد که از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

قیمت‌های تعادلی که با مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای[3] (CAPM) بدست می‌آیند، تحت تاثیر عدم قطعیت قرار دارد. مدیریت سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی بر اساس تئوری میانگین- واریانس بنا شده است و ارزیابی مشتقات[4] مالی بر اساس پیش‌بینی میزان عدم قطعیت قیمت‌های آتی آن‌ها صورت می‌گیرد. تنظیم‌کنندگان پورتفوی‌های حاوی ریسک و صاحبان شرکت‌های بزرگ به دقت میزان عدم قطعیت بازده آن‌ها را دنبال می‌کنند، زیرا تغییرات احتمالی آتی در قیمت‌های اوراق مالی می‌تواند تاثیر زیادی بر سرمایه‌گذاری و تصمیمات مربوط به ریسک داشته باشد.

در بازارهای سهام، تغییر ارزیابی سرمایه‌گذاران از آینده‌ی سهام مورد نظرشان در نتیجه ورود اطلاعات جدید منجر به تغییرات سریع قیمت‌های دارایی می‌شود (ژانگ و همکاران[5]، ۲۰۰۳). در

1. Uncertainty
2. Engel (2006)
3. Capital Asset Price Modeling (CAPM)
4. Option
5. Zhong (2003)

واقع با ورود اطلاعات جدید، سرمایه‌گذاران عدم قطعیت و در نتیجه ریسک[۱] برآوردی خود را در طول زمان تعدیل می‌کنند. از آن‌جا که تصمیم سرمایه‌گذاران علاوه بر میانگین بازده تحت تاثیر عدم قطعیت بازده نیز قرار دارد نادیده انگاشتن این تغییر و تحولات سریع در مدل‌سازی منجر به نتیجه‌گیری‌های غلط می‌گردد که می‌تواند بر سیاست‌گذاری در حوزه‌ی بازارهای مالی نیز اثرگذار باشد. بنابراین، اندازه‌گیری عدم قطعیت در بازارهای سهام با وجود پیچیدگی‌های غیر قابل انکار از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. در این زمینه جدا از الگوهای مختلفی که ایجاد شده است نحوه تخمین پارامترها و تفسیر آن‌ها نیز از اهمیت برخوردار است. به ویژه این‌که در نهایت هدف از ارائه‌ی چنین مدل‌هایی پیش‌بینی و دقت پیش‌بینی است، ارزیابی نااطمینانی مدل در دست بررسی اثر مهمی بر جای خواهد گذاشت. نظر به این وجه از اهمیت که در پژوهش‌های داخلی مورد غفلت واقع شده است، در پژوهش حاضر بر شیوه استنباط بیزی تمرکز شده است. در شیوه‌ی استنباط بیزی پارامترهای نامعلوم مدل که پدیده مورد بررسی را مشروط به اطلاعات نمونه‌ای توصیف می‌کنند تصادفی فرض می‌شوند. بنابراین، ارزیابی نااطمینانی مدل در نتیجه برآورد ضرایب مدل به سادگی با استفاده از توزیع احتمال ضرایب امکان‌پذیر خواهد بود. این شیوه استنباطی در مقابل شیوه کلاسیک که مبتنی بر نظریه نمونه‌گیری است قرار می‌گیرد. رویکرد اخیر بر اساس مفهوم راستنمایی یعنی احتمال بدست آوردن یک نمونه تصادفی مشروط به پارامترهای نامعلوم اما ثابت است. استفاده از شیوه استنباط بیزی، مدل‌ها را غنی و انعطاف‌پذیر می‌سازد و عملکرد پیش‌بینی را بهبود می‌بخشد. مزیت اصلی این شیوه ایجاد توزیع‌های پیشین است که به عملکرد و پیش‌بینی بهتر مدل کمک می‌کند. یکی از مفاهیم اساسی که استنباط بیزی، را از رویکرد مبتنی بر نمونه‌گیری متمایز می‌کند، تفسیر احتمال به شکل ذهنی[۲] است (برناردو و اسمیت[۳]، ۲۰۰۰). در علوم اجتماعی [و لذا اقتصاد] که نمونه‌های تحت بررسی ماهیتا تکرار ناپذیرند چنین شیوه استنباطی درک بهتری از پدیده مورد بررسی را بدست خواهد داد (ویزرس[۴]، ۲۰۰۲). در این پژوهش با فراهم آوردن ادبیاتی که قبلا وجود داشته است با تمرکز به واقعیت‌های تجربی در زمینه بازارهای مالی از توزیع t-استیودنت در تابع راستنمایی استفاده شده است که با

---

۱. در اقتصاد میان ریسک و عدم قطعیت تفاوت قائل می‌شوند. هر پیامد منفی احتمالی در آینده را ریسک می‌نامند.

2. Subjective Probability

3. Bernardo and Smith (2000)

4. Withers (2002)

وجود پیچیده‌تر کردن محاسبات (نسبت به استفاده از توزیع نرمال) نتایج دقیق‌تری حاصل می‌آورد.

در ادبیات اقتصاد مالی ایران از این دیدگاه موضوع تلاطم در بازار سهام مورد بررسی قرار نگرفته است. در ادامه ساختار این پژوهش شامل بخش‌های زیر می‌باشد: در بخش دوم مبانی نظری معرفی می‌شود، بخش سوم تصریح مدل‌ها و نحوه برآوردها را شامل می‌شود، در بخش چهارم یافته‌های تجربی مورد بحث قرار می‌گیرد و در بخش پایانی نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

۲- مبانی نظری

مطابق آن‌چه در مقدمه ارائه شد، عدم قطعیت بیانی از محدودیت دانش ما در مورد توصیف دقیق یک وضعیت خاص است. در طول زمان بسته به میزان اطلاعات دریافتی، میزان دانش تغییر می‌کند. لذا، هر معیار مناسب اندازه‌گیری عدم قطعیت باید این ویژگی تغییر در طول زمان را لحاظ کند. در صورتی که واریانس (به عنوان تقریب مناسبی از میزان عدم قطعیت یک متغیر تصادفی) با ویژگی تغییر در زمان مدل‌سازی شود تلاطم[1] نامیده می‌شود. به بیان فنی تلاطم یک متغیر تصادفی مانند r_t (که برای مثال می‌تواند بازده یک دارایی در h دوره آتی باشد) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma^2_{t+h|t} = Var\left(r_{t+h} \mid \Omega_t\right). \qquad (۱)$$

در این رابطه، Ω_t مجموعه اطلاعات در دسترس در مورد متغیر تصادفی r_{t+h} تا زمان t می‌باشد. به دلیل آن‌که متغیر r_{t+h} در زمان t نامشخص است گشتاورهای شرطی و غیر شرطی آن همچون واریانس نیز نامعلوم است که باید برآورد گردد. بنابراین، مانند بسیاری دیگر از مفاهیم اقتصادی همچون عرضه و تقاضا، انتظارات و ... تلاطم نیز قابل مشاهده نیست (پسران[2]، ۲۰۱۵).

در ابتدا، تلاطم با استفاده از انحراف استاندارد تغییرات قیمت دارایی‌ها در طول زمان با استفاده از روش پنجره غلتان[3] محاسبه می‌شد. اما، به تدریج مشخص گردید که این روش تخمین در حالت تغییرات ناگهانی در قیمت‌ها، تلاطم را کمتر از حد تخمین می‌زند و تنها مناسب شرایطی است که تغییرات به آرامی صورت می‌گیرد. از دیدگاه اقتصادسنجی، اهمیت مدل‌سازی مناسب تلاطم

---
[1]. Volatility
[2]. Pessaran (2015)
[3]. Rolling Window

داشتن بازه پیش‌بینی[1] دقیق‌تر است. بازتاب این موضوع در اقتصاد مالی به معنای ارزیابی دقیق‌تر از زیان‌های بالقوه آینده یا ریسک است. در نتیجه، میزان خطای تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی با چنین ارزیابی‌هایی کاهش خواهد یافت. البته، به منظور مدل‌سازی مناسب تلاطم و ارائه‌ی الگوهای مناسب جهت پیش‌بینی آن به بیشتر از واقعیت تغییرپذیری زمانی واریانس[2] احتیاج است. در واقع اگر بتوان شواهدی از اثرگذاری شوک‌های امروز بر واریانس دوره‌های آینده یافت (وجود خودهمبستگی میان شوک‌های تلاطمی) از این ارتباط می‌توان برای مدل‌سازی تلاطم استفاده کرد. خوشبختانه، مندلبرات[3] (۱۹۶۳) و فاما[4] (۱۹۶۵) در بازارهای مالی شواهدی از این موضوع را ارائه کرده‌اند. آن‌ها از دو ویژگی تغییرپذیری واریانس در طول زمان و خودهمبستگی واریانس‌ها، تحت عنوان تلاطم خوشه‌ای[5] یاد می‌کنند. با این ویژگی جدید، تلاطم دارایی‌های مالی با استفاده از سوابق تاریخی واریانس‌های آن‌ها در طول زمان قابل ارزیابی و پیش‌بینی خواهد بود. انگل (۱۹۸۲) الگوی ناهمسان واریانس شرطی خودهمبسته (ARCH) که در آن تلاطم به مربع شوک‌های وارد آمده بر قیمت ارتباط دارد را بر اساس مفهوم تلاطم خوشه‌ای معرفی کرد. در رویکرد انگل تابع واریانس، به شکل تابعی از مقادیر گذشته فرآیند متغیر تحت بررسی r_t مدل‌سازی می‌شود. به زبان ریاضی یعنی:

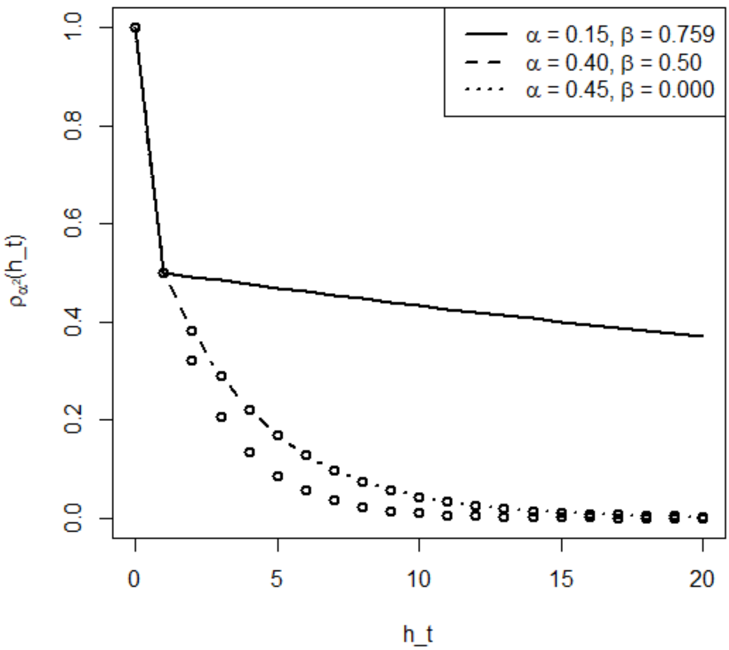
$$\sigma_t^2 = f\ \left(r_{t-1}, r_{t-2}, \ldots\right) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \qquad (۲)$$

با این حال مدل ARCH را می‌توان به حالتی تعمیم داد که علاوه بر وابستگی به مربع وقفه‌های r_t بر حسب آن‌چه بالرسلیف[6] (۱۹۸۶) و سادرسکی[7] (۱۹۹۹) تعریف کرده‌اند شامل وقفه‌های تلاطمی قبل باشد. فرم عمومی یک مدل ARCH که با عنوان کلی GARCH شناخته می‌شود به‌صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \qquad (۳)$$

1. Interval Prediction
2. Time Varying
3. Mandelbrot (1963)
4. Fama (1965)
5. Volatility Clustering
6. Bollerslev (1986)
7. Sadorsky (1999)

به منظور بیان تفاوت‌های این دو الگو، مقایسه مدل ARCH(1) با GARCH(1,1) در نمودار زیر نشان داده شده است:



ماخذ: یافته‌های تحقیق

نمودار ۱: مقایسه مدل GARCH(1,1) با پارامترهای β متفاوت در مقایسه با مدل ARCH(1)

در این نمودار محور افقی طول وقفه‌ها و محور عمودی میزان خودهمبستگی شوک اولیه با هر وقفه را نشان می‌دهد. بر اساس یافته‌های این نمودار ضریب β در الگوی GARCH سبب پایداری بالاتر تلاطم نسبت به الگوی ARCH می‌شود و در نتیجه هرچه β بیشتر باشد تابع خودهمبستگی به کندی میرا خواهد بود. بنابراین، با استفاده از الگوی GARCH می‌توان تشدید پایداری تلاطم در طول زمان را با استفاده از پارامتر β بدون نیاز به افزودن وقفه‌های بیشتر همانند الگوی ARCH تنظیم کرد.

علاوه بر مطالب فوق، به نظر می‌رسد که اثرگذاری عدم قطعیت بر تصمیمات سرمایه‌گذاران حاضر در بازارهای مالی متقارن نباشد. بدین معنی که سرمایه‌گذاران بازارهای مالی در هنگام تصمیم‌گیری‌های خود در خرید و فروش دارایی‌های مالی وزن بیشتری به وقوع یک زیان بالقوه‌ی آتی نسبت به یک سود بالقوه‌ی یکسان و هم احتمال در آینده خواهند داد. واقعیت‌های مشاهده

شده در بازارهای سهام نشان‌دهنده آن است که شوک‌های منفی و مثبت بازده اثر یکسانی بر تلاطم ندارند که به معنای وجود اثر نامتقارن عدم قطعیت بر تصمیمات سرمایه‌گذاران است. این عدم تقارن برخی اوقات تحت عنوان اثر اهرمی[1] و برخی اوقات دیگر تحت عنوان صرف ریسک[2] توصیف می‌شود. علت چنین عدم تقارنی در نظریه‌های متاخر ناشی از افزایش نسبت بدهی به ارزش سهم در زمان کاهش قیمت سهام ذکر شده است که تلاطم بازده را برای نگهدارنده سهام افزایش می‌دهد. در نظریه‌های جدیدتر منشا آن انتشار اخبار دانسته شده است که منجر به افزایش تلاطم می‌شود و به دلیل ریسک‌گریزی[3] افراد سبب کاهش تقاضای سهام می‌شود. نلسون[4] (۱۹۹۱)، گلستن و همکاران[5] (۱۹۹۳) و انگل و ان جی[6] (۱۹۹۳) شواهدی از وجود اثر اهرمی در بازده سهام ارائه کرده‌اند. به منظور انتخاب یک مدل مناسب برای اندازه‌گیری و ارزیابی تلاطم در بازار سهام نیاز است که وجود اثر اهرمی نیز بررسی گردد. زیرا نادیده انگاشتن اثر اهرمی در بازار سهام (در صورت وجود) منجر به اریب اساسی در پیش‌بینی قیمت‌های آتی سهام می‌شود (هال و وایت، ۱۹۸۷). در این رابطه می‌توان از تعمیم‌هایی همچون مدل EGARCH توسط نلسون (۱۹۹۱)، GJR-GARCH توسط گلستن و همکاران (۱۹۹۳) یا مدل TGARCH توسط زاکوئن[7] (۱۹۹۴) که رابطه نامتقارن بازده سهام و تغییرات در واریانس را لحاظ می‌کنند، نام برد. در این پژوهش به منظور بررسی وجود اثر اهرمی از دو الگوی GJR-GARCH و EGARCH استفاده شده است که در زیر توضیح داده شده‌اند:

(۱) GJR-GARCH: این مدل توسط گلستن و دیگران (۱۹۹۳) معرفی شد. فرم عمومی آن به صورت زیر است:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \lambda \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \qquad (۴)$$

در این رابطه I_{t-1} متغیر نشان‌گر است که به صورت زیر (در رابطه با علامت شوک‌های وارد آمده بر بازده) تعریف می‌شود:

1. Leverage Effect
2. Risk Premium Effect
3. Risk Aversion
4. Nelson (1991)
5. Glosten (1993)
6. Engle and Ng (1993)
7. Zakoian (1994)

$$1-I_{t-1}=\begin{cases}1: & \varepsilon_{t-1}\geq 0\\ 0: & \varepsilon_{t-1}<0\end{cases}$$

اگر $\hat{\lambda}>0$ آنگاه اخبار منفی نسبت به اخبار مثبت اثر بزرگتری بر واریانس شرطی دارد. اثرات اهرمی در بازار سهام دال بر آن است که در این بازار باید انتظار داشته باشیم که $\hat{\lambda}>0$ باشد که به معنای تفوق اثر اخبار منفی نسبت به اخبار مثبت بر واریانس شرطی است.

(۲) EGARCH: این مدل توسط نلسون (۱۹۹۱) به منظور اصلاح برخی از ضعف‌های مدل GARCH ارائه گردیده است. فرم کلی این مدل به صورت زیر است:

$$\log\sigma_t^2=\alpha_0+\sum_{i=1}^{p}(\alpha_i\left|\frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}}\right|+\lambda_i\ \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}})+\sum_{j=1}^{q}\beta_j\ \log(\sigma_{t-j}^2) \tag{۵}$$

در صورت وجود اثرات اهرمی آن‌گاه در عبارت فوق ضریب λ_i باید منفی باشد. در این صورت وقوع یک شوک منفی به اندازه یک واحد اثری برابر با $\alpha_i\,(1+\lambda_i)$ بر تلاطم خواهد داشت و در صورتی که شوک مثبت باشد میزان این اثر برابر با $\alpha_i\,(1-\lambda_i)$ خواهد بود.

به منظور تحلیل آماری معتبر در زمینه توابع راستنمایی لازم است توزیع حاشیه‌ای بازده سهام انتخاب شود[۱]. این موضوع دارای پیچیدگی‌هایی است که باید قبل از ارائه هرگونه تحلیل آماری بررسی شود. در واقع، در نتیجه‌ی تغییر در واریانس در طول زمان، توزیع حاشیه‌ای بازده دارایی نسبت به توزیع نرمال کشیدگی بیشتری می‌یابد. این موضوع به معنای افزایش احتمال رخدادهای نادر همچون زیان‌های (یا سودهای) بالقوه بزرگ است. در مدل‌سازی قیمت‌های دارایی توجه به این واقعیت دارای نقش اساسی است و نمی‌توان چنین پدیده‌ای را نادیده گرفت. ارزش این موضوع زمانی مشخص می‌شود که بدانیم برای مثال معیاری همچون معیار ارزش در معرض ریسک (VaR)[۲] که به بررسی ریسک در دنباله‌های توزیع مقادیر آتی قیمت‌های دارایی می‌پردازد در صورت عدم لحاظ این واقعیت در اندازه‌گیری ریسک با خطای سیستماتیک مواجه خواهد بود. بنابراین، استفاده از توزیع نرمال در برآورد مدل‌های GARCH (متقارن و نامتقارن) منجر به تحمیل محدودیت‌های غیر لازم بر الگو و عدم کارایی نتایج نهایی می‌شود. بدین علت، توزیع‌های

---

۱. در پژوهش حاضر با رسم کرنل داده‌های واقعی بازده توزیع حاشیه‌ای آن بررسی شده است.

2. Value at Risk (VaR)

گوسی و t–استیودنت انتخاب‌های مرسوم در این زمینه هستند. در حالی که توزیع‌های پارامتری پیچیده همچون t–استیودنت چوله یا توزیع‌های مختلط گوسی[1] نیز به منظور مدل‌سازی چولگی و دم پهنی[2] توزیع شرطی بازده مورد استفاده قرار می‌گیرند (اوسن و گالیانو[3]، ۲۰۰۷). در پژوهش حاضر از توزیع t به عنوان توزیع حاشیه‌ای بازده در تخمین مدل‌های تلاطم مختلف استفاده شده است.

۳- تصریح مدل‌ها و نحوه برآورد

۳-۱- تشریح شیوه استنباط بیزی در برآورد تلاطم

مسئله‌ی مهم دیگر در ارائه یک تحلیل مناسب آماری از عدم قطعیت، برآورد پارامترهای مدل‌های تلاطم (از نوع سری زمانی) است. در این زمینه، به طور عمده از تکنیک حداکثر راستنمایی[4] کلاسیک استفاده شده است. در سالیان اخیر استفاده از روش‌های بیزی به عنوان جایگزین روش‌های کلاسیک گسترش وسیعی یافته است. آردیا و هوگرهید[5] (۲۰۱۰) در مقاله‌شان برخی از برتری‌های شیوه بیزی تخمین مدل‌های GARCH را در مقابل شیوه کلاسیک حداکثر راستنمایی برشمردند. مزایای روش بیزی در مقابل روش کلاسیک در نظر آن‌ها عبارت است از:

(۱) محدودیت مثبت بودن پارامترها که به منظور مثبت بودن واریانس بر مدل‌های GARCH وضع می‌شود و مانای کواریانس بودن مدل (به عنوان یک محدودیت غیر خطی)، ممکن است روش‌های بهینه‌سازی مورد استفاده برای تخمین پارامترها را در شیوه کلاسیک مختل سازد. استفاده از روش‌های عددی برای حل تابع راستنمایی نیز چندان نمی‌تواند راه‌گشا باشد زیرا حساسیت به مقادیر اولیه می‌تواند بر نتایج اثر بگذارد. در شیوه بیزی محدودیت‌های مرتبط با پارامترها از طریق تابع توزیع پیشین پارامترها وضع می‌شود و اساسا امکان بروز اخلال وجود ندارد.

(۲) در اکثر موارد پارامترهای خود مدل GARCH به طور مستقیم مورد توجه نیستند بلکه توابع غیر خطی از این پارامترها مورد توجه است. روش حداکثر راستنمایی برای انجام استنباط

1. Mixture of Gaussian Distributions
2. Fat Tail
3. Ausin and Galeano (2007)
4. Maximum Likelihood Technique
5. Ardia & Hoogerheide (2010)

در مورد چنین مقادیری بشدت پیچیده است در حالی که در روش بیزی بدست آوردن هر نوع توزیع پسین توابع غیر خطی از پارامترها نسبتا ساده است.

(۳) هال و یائو[1] (۲۰۰۳) نشان داده‌اند که حداکثر راستنمایی زمانی که توزیع جملات خطا از نوع دم سنگین[2] است، برخی ضعف‌ها را نشان می‌دهد. همچنین در چنین حالتی نرخ همگرایی الگوریتم عددی بهینه‌یابی آهسته بوده و ممکن است توزیع برآوردگر مجانبا نرمال نباشد.

(۴) نتایج تخمین‌های بیزی بر خلاف تخمین‌های بدست آمده از روش حداکثر راستنمایی برای نمونه‌های کوچک هم قابل اعتماد است.

استنباط بیزی بر اساس روش ارائه شده در مقاله معروف بیز[3] (۱۷۶۳) انجام می‌شود. بر اساس این شیوه، اطلاعات نمونه‌ای در ترکیب با دانش اولیه محقق در مورد پدیده تحت بررسی به دانش پسین استفاده تبدیل می‌شود. دانش پیشین بازتاب دهنده حدس یا اعتقادات ذهنی و قبل از مشاهده داده‌ها توسط محقق است. در حالی‌که دانش پسین تصحیح انجام گرفته در حدس پیشین محقق با استفاده از داده‌هاست. قضیه پیشنهادی بیز به طور معمول به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$p\left(\theta|r\right)=\frac{p\left(r|\theta\right)p\left(\theta\right)}{\int_{\Theta} p\left(r|\tilde{\theta}\right)p\left(\tilde{\theta}\right)d\,\tilde{\theta}}, \qquad (۶)$$

که اجزاء تشکیل دهنده آن به‌صورت زیر می‌باشند:

- $p\left(\theta\right)$ احتمال پیشین[4] θ است.
- $p\left(\theta|r\right)$ احتمال پسین[5] θ است.
- $p\left(r|\theta\right)$ احتمال شرطی داده‌های r به شرط داده‌های θ است که با عنوان تابع راستنمایی[6] نامیده می‌شود و نحوه ارتباط داده‌ها را با پارامتر نشان می‌دهد.

[1]. Hall & Yao (2003)
[2]. Heavy Tailed
[3]. Bayes (1763)
[4]. Prior Probability
[5]. Posterior Probability
[6]. Likelihood Function

- $\int_{\Theta} p\left(r\left|\tilde{\theta}\right.\right) p\left(\tilde{\theta}\right) d\tilde{\theta}$ احتمال حاشیه‌ایی r را نشان می‌دهد و به عنوان یک ثابت نرمال‌ساز عمل می‌کند تا از این‌که $p\left(\theta\middle|r\right)$ یک مقدار احتمالی را دارا باشد مطمئن شویم.

در شیوه بیزی یکی از موضوعات بسیار با اهمیت انتخاب توزیع احتمال پیشین $p\left(\theta\right)$ است که دانش یا عدم دانش محقق را نسبت به پدیده مورد مطالعه بازتاب می‌دهد. در صورتی که محقق اطلاعات متقنی از موضوع نداشته باشد می‌تواند از توزیع‌های نا آگاهی‌بخش[1] که توسط جفریز[2] (۱۹۳۹) معرفی شده است استفاده نماید. انتخاب یک توزیع پیشین آگاهی‌بخش به قضاوت‌های تخصصی مربوط است. در حوزه پژوهش حاضر در بخش‌های آتی در زمینه توزیع پیشین منتخب برای پارامترها توضیحات لازم ارائه شده است.

نتایج استنباط بیزی در قالب میانگین پسین، انحراف استاندارد پسین و فاصله اعتبار[3] که مشابه مفهوم فاصله اطمینان اما متفاوت از آن است بیان می‌شود. فاصله اعتبار یا به صورت تحلیلی با استفاده از چندک‌های نظری توزیع پسین (زمانی‌که فرم آن‌ها شناخته شده است) یا با استفاده از روش عددی با استفاده از چندک‌های تجربی که با روش‌های شبیه‌سازی چگالی پسین محاسبه می‌شوند، بدست می‌آید (مکیان و رستمی، ۱۳۹۷، فصل هشتم: ۲۸۷). در ادبیات پژوهشی ایران در زمینه مدل‌سازی بیزی می‌توان به مکیان و همکاران (۱۳۹۷) و مهرآرا و همکاران (۱۳۹۴) مراجعه کرد.

۳-۲- فاکتور بیزی و انتخاب مدل

به منظور تخمین و پیش‌بینی تلاطم بازده سهام که با r_t نشان داده شده است ابتدا باید معادله میانگین بازده را برآورد کرد. این موضوع بخاطر این صورت می‌گیرد که بازده قبل از محاسبه تلاطم باید از هرگونه خودهمبستگی سیستماتیک زدوده شود و سپس تلاطم برآورد گردد. شیوه استنباط بیزی این امکان را فراهم می‌کند تا با استفاده از مقایسه نسبت احتمال‌های پسین مدل‌های مختلف، مشروط به داده‌های معلوم، مدلی که حداکثر احتمال تطابق با داده‌ها را داشته باشد انتخاب شود.

---

[1]. Non-Informative
[2]. Jeffreys (1939)
[3]. Credible Interval

این کار با فرض آن‌که $\left\{M_j\right\}_{j=1}^{k}$ مجموعه مدل‌های در دسترس باشد، با استفاده از قضیه بیز احتمال پسین jامین مدل به شرط داده‌ها به‌صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$p\left(M_j \left| r\right.\right)=\frac{p\left(r\left|M_j\right.\right)p\left(M_j\right)}{\int_{k\in M} p\left(r\left|M_k\right.\right)p\left(M_k\right)dM}, \tag{۷}$$

احتمالات پسین مدل‌های رقیب i و j را برای مقایسه مستقیم بر اساس رابطه‌ی زیر می‌توان مورد استفاده قرار داد:

$$R_{ji}=\frac{p\left(M_j\left|r\right.\right)}{p\left(M_i\left|r\right.\right)}=\frac{p\left(M_j\right)}{p\left(M_i\right)}\frac{p\left(r\left|M_j\right.\right)}{p\left(r\left|M_j\right.\right)}, \tag{۸}$$

زمانی‌که $R_{ji}\geq 1$ نشان‌دهنده آن است که به‌ازای داده‌های معلوم r و پیشین‌های $p\left(M_j\right)$ و $p\left(M_i\right)$ مدل j با احتمال بیشتری به‌طور دقیق‌تر پدیده تحت بررسی را نسبت به مدل i بررسی می‌کند. بنابراین، این روش معیاری از عملکرد مدل‌ها را نسبت به هم بدست می‌دهد (اوسی ولسکی[1]، ۲۰۰۱: ۲۴-۲۰). نسبت احتمالات پسین به انتخاب توابع پیشین حساس است و این انتخاب می‌تواند بر نتایج تاثیر بگذارد. به این خاطر اغلب برای اجتناب از چنین حالتی فرض می‌شود که توزیع پیشین همه مدل‌ها یکسان است. بررسی معادله میانگین به این شیوه نسبت به شیوه کلاسیک که با استفاده از معیارهای اطلاعاتی AIC و BIC (که تنها به تعداد وقفه‌ها توجه می‌کند و میزان نااطمینانی تخمین‌ها را نادیده می‌انگارد) صورت می‌پذیرد دارای چند مزیت برجسته به شرح زیر است:

(۱) در رویکرد بیزی نیازی به انجام آزمون ریشه واحد نیست و می‌توان به طور مستقیم مدلی را که بیشترین تطابق با داده‌ها دارد از طریق محاسبه احتمال پسین آن با سایر مدل‌ها برگزید. بنابراین، نیازی به تبدیل داده‌ها نیست و در صورت اشتباهات آماری انجام آزمون ریشه واحد مدل‌های نامناسب برگزیده نخواهند شد (سیمز[2]، ۱۹۸۸).

---

[1]. Osiewalski (2001)

[2]. Sims (1988)

(۲) در این شیوه می‌توان میزان احتمال صحت هر مدل را با توجه به داده‌ها بررسی کرد و لذا برخلاف شیوه کلاسیک می‌توان نااطمینانی ناشی از انتخاب مدل‌ها را محاسبه کرد (برگر[1]، ۲۰۰۶).

۳-۳- توزیع پیشین معادله‌ی میانگین

برای برآورد قسمت میانگین بازده ۶ فرم مختلف زیر که معمولا در مطالعات مورد استفاده قرار گرفته است با استفاده از روش فاکتور بیزی مقایسه و سپس الگوی منتخب برآورد می‌شود.

$$\begin{aligned}
&M_1 : r_t = c_1 + \varepsilon_{1,t} \\
&M_2 : r_t = c_2 + r_{t-1} + \varepsilon_{2,t} \\
&M_3 : r_t = c_3 + \phi_3 r_{t-1} + \varepsilon_{3,t}; \qquad \phi_3 \neq 0 \wedge \phi \neq 1 \\
&M_4 : r_t = c_4 + \varepsilon_t + \theta_4 \varepsilon_{4,t-1}; \qquad \theta_4 \neq 0 \\
&M_5 : r_t = c_5 + \phi_5 r_{t-1} + \varepsilon_{5,t} - \theta_5 \varepsilon_{5,t-1}; \qquad \phi_5 \neq 0 \wedge \theta_5 \neq 0 \\
&M_6 : r_t = c_6 + \phi_6 r_{t-1} + \varepsilon_{6,t} - \theta_6 \varepsilon_{6,t-1} - \theta'_6 \varepsilon_{6,t-2}; \quad \phi_6 \neq 0 \wedge \theta_6 \neq 0 \wedge \theta'_6 \neq 0
\end{aligned} \tag{۹}$$

این فرم‌ها مجموعه مدل‌های منتخب را تشکیل می‌دهند.

به منظور سادگی انجام محاسبات، فرض شده است که توابع پیشین پارامترهای مدل‌های ارائه شده در رابطه ۹ یکسانند. تابع پیشین تمام عرض از مبدأهای c_i از نوع نرمال نا آگاهی‌بخش[2] به‌صورت $N(0,100^2)$ است. در مورد پارامتر اتورگرسیو ϕ_i فرض شده است که توزیع پیشین آن به صورت نرمال آگاهی‌بخش $N(0.5,1)$ است. این فرض به خاطر آن است که محققین اعتقاد دارند متغیر بازده بر خلاف متغیر قیمت، ماناست. همچنین برای پارامترهای میانگین متحرک θ_i توزیع پیشین $N(0.5,1)$ مفروض گرفته شده است که نااطمینانی محققین را درباره بخش هموار فرآیند میانگین متحرک مدل‌های فوق بازتاب می‌دهد. در نهایت، توزیع پیشین پارامتر واریانس σ^2 توزیع جملات اخلال $\varepsilon_{i,t}$ از نوع تابع توزیع گاما به‌صورت $G(0.5, 0.5)$ فرض شده

---

[1]. Berger (2006)

[2]. توزیع‌های ناآگاهی بخش زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند که محقق اطلاعات اولیه مناسبی در زمینه پارامتر مورد نظر در اختیار نداشته باشد. در زمانی که توزیع پیشین این پارامتر نرمال فرض می‌شود فرم ناآگاهی بخش دارای میانگین صفر و واریانسی حداقل برابر با ۱۰۰ خواهد بود. هرچه این واریانس بیشتر ذکر شود به معنای نااطمینانی بیشتر محقق در مورد پارامتر خواهد بود.

است. واریانس این تابع گاما به‌صورت $2 = {0.5}/{0.5^2}$ محاسبه می‌شود که نشان‌دهنده مقداری نسبت بالاست و بازتاب دهنده بینش محققین راجع به نااطمینانی نسبت به ضرایب است[1]. همچنین احتمال پیشین صحت هر مدل به صورت برابر ($p\left(M_i\right) = 1/6$) در نظر گرفته شده است که به منظور پرهیز از حساسیت نتایج به تابع توزیع پیشین مدل‌ها اتخاذ شده است.

۳-۴- توزیع پیشین الگوی GARCH

پس از تصریح پیشین‌های مورد نیاز تخمین الگوی میانگین، باید توزیع پیشین پارامترهای GARCH متقارن و نامتقارن مشروط به توزیع حاشیه‌ای که برای r_t بر می‌گزینیم، بیان شود. شیوه استنباط بیزی که در این پژوهش برای مدل‌سازی تلاطم بکار گرفته شده است، بر مبنای فرض توزیع t –استیودنت اخلال‌های معادله میانگین بازده سهام $\{r_t\}$ است. بر این اساس مجموعه معادلات لازم برای استخراج تلاطم بر اساس مقاله گوویک[2] (۱۹۹۳) به صورت زیر خواهد بود:

$$
\begin{aligned}
& r_t = \varepsilon_t \left(\frac{\upsilon - 2}{\upsilon} \omega_t \sigma_t^2 \right)^{0.5} \quad t = 1, 2, \dots, T \\
& \varepsilon_t \overset{iid}{\sim} \mathrm{N}\left(0,1\right) \\
& \omega_t \overset{iid}{\sim} IG\left(\frac{\upsilon}{2}, \frac{\upsilon}{2} \right) \\
& \sigma_t^2 = \mu_t + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2
\end{aligned}
\tag{۱۰}
$$

در روابط فوق $\alpha_0 > 0, \alpha_1, \beta \geq 0$ و $\upsilon > 2$ می‌باشند که به ترتیب نشان‌دهنده پارامترهای الگوی GARCH و درجه آزادی توزیع t است. همچنین $\mathrm{N}\left(0,1\right)$ نشان‌دهنده توزیع نرمال استاندارد و IG[3] نشان‌دهنده توزیع گامای معکوس است. این محدودیت‌های وضع شده بر اجزاء

[1]. در رویکرد بیزی معکوس واریانس را که با علامت τ نشان می‌دهند، ضریب دقت می‌نامند و در توزیع مورد استفاده قرار می‌دهند. در پژوهش حاضر به منظور آن‌که باورهای محققین راجع به مدلی خاص از میان مجموعه مدل‌های معرفی شده جانبداری نکرده باشد توزیع پیشین واریانس همه‌ی مدل‌ها را همانند مفروض گرفته‌ایم.

[2]. Geweke (1993)

[3]. Invers Gamma (IG)

سازنده مدل فوق به منظور آن است که الگوریتم شبیه‌سازی زنجیره‌های مارکف با مونت کارلو[1] (MCMC) به توزیع مانا پسین برای پارامترها همگرا شود.

به منظور سادگی نوشتن تابع راستنمایی، فرم برداری $r'=\left(r_1,\ldots,r_T\right),\omega'=\left(\omega_1,\ldots,\omega_T\right)$ و $\alpha'=\left(\alpha_0,\alpha_1\right)$ بکار گرفته می‌شود. پارامترهای مدل با بردار $\psi=\left(\alpha,\beta,\upsilon\right)$ نشان داده شده است. همچنین ماتریس واریانس-کواریانس قطری T*T را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Sigma=\Sigma(\psi,\omega)=diag\left(\left\{\omega_t\,\frac{\upsilon-2}{\upsilon}\sigma_t^2\left(\alpha,\beta\right)\right\}_{t=1}^{T}\right) \tag{۱۱}$$

در این رابطه $\sigma_t^2=\mu_t+\alpha_1 y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}$ می‌باشد، بر این اساس تابع راستنمایی $\left(\psi,\omega\right)$ با $L\left(\psi,\omega\,|\,r\right)$ نمایش و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L\left(\psi,\omega\,|\,r\right)\propto\left(\det\Sigma\right)^{-0.5}\exp\left(-\frac{1}{2}r'\Sigma^{-1}r\right) \tag{۱۲}$$

رویکرد بیزی بردار پارامترهای $\left(\psi,\omega\right)$ را به صورت متغیرهای تصادفی با تابع چگالی احتمال پیشین $p\left(\psi,\omega\right)$ توصیف می‌کند. با ترکیب تابع راستنمایی و پارامترهای مدل، با استفاده از رابطه ۶ می‌توان تابع چگالی پسین را به صورت زیر بدست آورد:

$$p\left(\psi,\omega\,|\,y\right)=\frac{L\left(\psi,\omega\,|\,y\right)p\left(\psi,\omega\right)}{\int L\left(\psi,\omega\,|\,y\right)p\left(\psi,\omega\right)d\psi\,d\omega} \tag{۱۳}$$

تابع چگالی پیشین پارامترها از نوع توابع نرمال قطع شده[2] (این فرم قطع شدگی همچنین نیم نرمال نیز نامیده می‌شود) انتخاب می‌شود. این توابع به جهت محدودیت مثبت بودن ضرایب مدل GARCH انتخاب شده‌اند و فرم آن‌ها به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} p\left(\alpha\right)&\propto\phi N_2\left(\alpha\,|\,\mu_\alpha,\Sigma_\alpha\right)1\left\{\alpha\in R_+^2\right\}\\ p\left(\beta\right)&\propto\phi N_1\left(\beta\,|\,\mu_\beta,\Sigma_\beta\right)1\left\{\beta\in R_+^2\right\}\end{aligned} \tag{۱۴}$$

[1]. Monte Carlo Markov Chain Simulation (MCMC)
[2]. Truncated Normal Priors

در این رابطه $1\{\alpha \in R_+^2\}$ و $1\{\beta \in R_+^2\}$ توابع مشخصه می‌باشد که نشان می‌دهد مقادیر مثبت توزیع نرمال برای پارامترهای α و β قابل پذیرش خواهد بود. تابع توزیع پیشین بردار ω مشروط بر υ با استفاده از این فرض که اجزاء بردار ω به صورت مستقل و یکسان در قالب یک تابع توزیع گامای معکوس توزیع شده است، بدست می‌آید. بنابراین، خواهیم داشت:

$$p(\omega|\upsilon) = \left(\frac{\upsilon}{2}\right)^{\frac{T\upsilon}{2}} \left[\Gamma\left(\frac{\upsilon}{2}\right)\right]^{-T} \left(\prod_{t=1}^{T} \omega_t\right)^{-\frac{\upsilon}{2}-1} \times \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{\upsilon}{\omega_t}\right] \qquad (۱۵)$$

برای انتخاب تابع توزیع پیشین پارامتر درجه آزادی از توزیع پیشین معرفی شده توسط دشام[1] (۲۰۰۶) استفاده شده است. وی برای این منظور از توزیع نمایی با پارامترهای $\lambda > 0$ و $\delta \geq 2$ به صورت زیر استفاده می‌کند:

$$p(\upsilon) = \lambda \exp[-\lambda(\upsilon - \delta)] 1\{\upsilon > \delta\} \qquad (۱۶)$$

وی به دو دلیل مهم از این تابع استفاده می‌کند: الف) سادگی محاسبات ب) تقریب توزیع جملات خطا با توزیع نرمال.

قابل ذکر است که در پژوهش حاضر در مورد پارامترهای مدل‌های نامتقارن GJR-GARCH و EGARCH نیز از این توابع پیشین استفاده می‌شود. لازم به توضیح است که علاوه بر روش MCMC که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است روش‌های دیگری برای تخمن توزیع پسین پارامترهای مدل‌های GARCH وجود دارد. برای مثال، آری و پاپادوپولوس[2] (۲۰۱۶) روش جدیدی را برای تخمین پارامترهای مدل GARCH با استفاده از تقریب لیندلی[3] ارائه کرده‌اند که محاسبات تخمین توزیع پسین پارامترها را راحت‌تر می‌کند.

[1]. Deschamps (2006)
[2]. Ari and Papadopoulos (2016)
[3]. Lindley’s Approximation

۳-۵- گزینش مدل مناسب برای پیش‌بینی در شیوه استنباط بیزی (معیار انحراف اطلاعاتی بیزی[1])

یکی از اهداف این پژوهش انتخاب مدل مناسب برای پیش‌بینی تلاطم است. در ادبیات بیزی، برای مقایسه مدل‌ها بر حسب قدرت پیش‌بینی‌شان از معیار انحراف اطلاعاتی که به طور خلاصه به صورت DIC نشان داده می‌شود، استفاده می‌شود. این معیار به تعداد پارامترها حساس است و مدل‌های با پارامتر زیاد را جریمه[2] می‌کند. مقادیر کمتر DIC برای هر مدل نشان دهنده توانایی بالاتر پیش‌بینی آن مدل است. محاسبه این معیار نیازمند داشتن مقادیری است که به راحتی با استفاده از نمونه‌گیری MCMC بدست می‌آیند. در این زمینه اطلاعات مفیدی از برناردو و اسمیت (۲۰۰۰) می‌توان یافت[3].

دلیل استفاده از این معیار، استفاده فراوان از آن در شیوه استنباطی بیزی است. برای مثال می‌توان به آردیا[4] (۲۰۱۰)، چیب و همکاران[5] (۲۰۰۲) و جاکوایر و همکاران[6] (۲۰۰۴) اشاره کرد.

۴- یافته‌ها

۴-۱- بررسی توصیفی

نمودار ۲ نرخ انتشار قیمت و بازده سهام ۵۰ شرکت فعال در بورس تهران را در بازه زمانی سال ۱۳۹۴/۱/۵ تا ۱۳۹۷ /۱۱/۲۹ نشان می‌دهد. در طول زمان نوسانات در انتشار بازده سهام متغیر است. در این نمودار به وضوح ویژگی خوشه‌ایی بودن تلاطم در بازده سهام دیده می‌شود، زیرا مشاهده می‌شود که دوره‌هایی با تلاطم بالا، و با تلاطم پایین، به همراه همدیگر روی می‌دهند. این موضوع شاهدی بر آن است که نوعی وابستگی در واریانس شرطی بازده روزانه سهام وجود دارد[7].

---

[1]. Deviance Information Criterion (DIC)

[2]. Penalize

[3]. باید توجه داشت که در شیوه استنباط بیزی استفاده از معیاری همچون معیار میانگین مربعات خطا (MSE) به نتیجه‌ی مطلوب نمی‌انجامد زیرا در شیوه بیزی علاوه بر مقدار آتی متغیر، پارامترها نیز تصادفی هستند و این معیار از محاسبه عدم قطعیت آن‌ها ناتوان است در حالی که معیار انحراف اطلاعاتی (DIC) این موضوع را نیز در بر می‌گیرد.

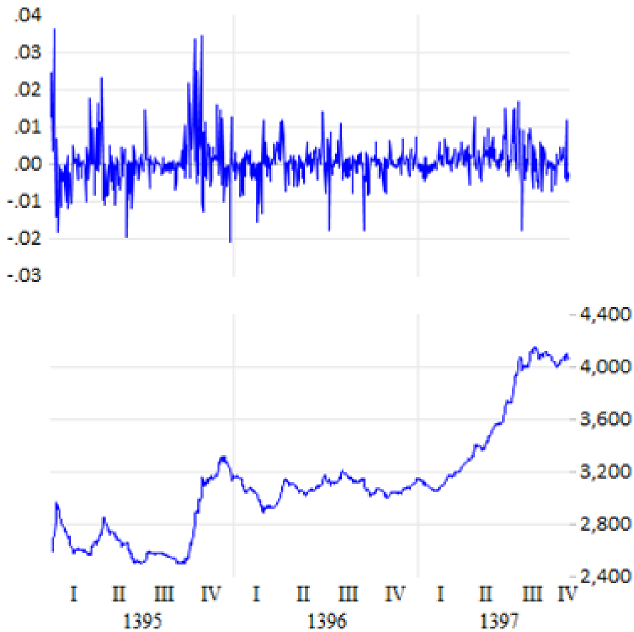
[4]. Ardia (2010)

[5]. Chib (2002)

[6]. Jacquier (2004)

[7]. در پژوهش حاضر از آزمون LM برای تشخیص اثرات ARCH استفاده نشده است چرا که این آزمون در مورد وجود اثرات غیر خطی معتبر نیست. برای اطلاعات بیشتر می‌توان به لی و همکاران (۱۹۹۳) رجوع کرد.

همچنین علیرغم تلاطم‌های بزرگ مشاهده می‌شود که بازده به میانگین باز می‌گردد (خاصیت مانایی تلاطم).



ماخذ: یافته‌های تحقیق

نمودار ۲: نرخ انتشار داده‌های قیمت و بازده سهام حول میانگین در طول زمان

جدول ۲ ویژگی‌های توصیفی بازده روزانه سهام را نشان می‌دهد. بر اساس جدول ۲، متوسط بازده روزانه سهام ۰,۱٪ است. ضریب کشیدگی توزیع غیر شرطی[1] داده‌ها در مقایسه با توزیع نرمال بسیار بزرگتر است (کشیدگی= ۹,۳۲). این موضوع فرضیه وجود اثرات ARCH را که در بخش بعد بررسی خواهد شد، تقویت می‌کند. توزیع روزانه بازده چوله به سمت راست است و بیان‌گر آن است که احتمال رخداد مقادیر بازده مثبت و بزرگ بیشتر از وقوع بازده‌های منفی و بزرگ است.

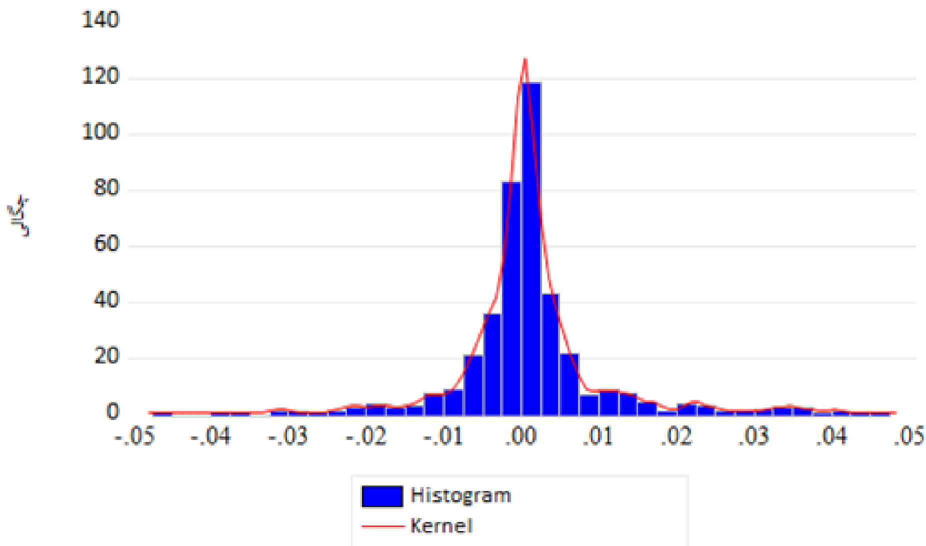
جدول ۲: آماره‌های توصیفی نرخ بازده روزانه سهام

کشیدگی	چولگی	انحراف استاندارد	مینیمم	ماکزیمم	میانه	میانگین
۹/۳۲۶۴۵۳	۰/۸۳۱۳۷۷	۰/۰۰۹۱۸	-۰/۰۴۶۱۶۴	۰/۰۴۶۲۷۸	۰/۰۰۰۳۹۵	۰/۰۰۱۰۰۵۰

ماخذ: یافته‌های تحقیق

[1]. Unconditional Distribution

ترکیب توزیع نرمال شرطی با اثرات GARCH منجر به ایجاد توزیع‌های با کشیدگی بالا می‌شود اما اگر میزان کشیدگی توزیع داده‌های بازده بسیار بالا باشد ممکن است استفاده از توزیع نرمال نامناسب باشد. نمودار ۳ تقارن و کشیدگی بالای توزیع بازده روزانه سهام را نشان می‌دهد. این نمودار به خوبی نشان می‌دهد که در این شرایط استفاده از توزیع نرمال می‌تواند انتخاب نامناسبی باشد. بنابراین، در این پژوهش از توزیع t–استیودنت به‌عنوان توزیع شرطی بازده استفاده شده است.

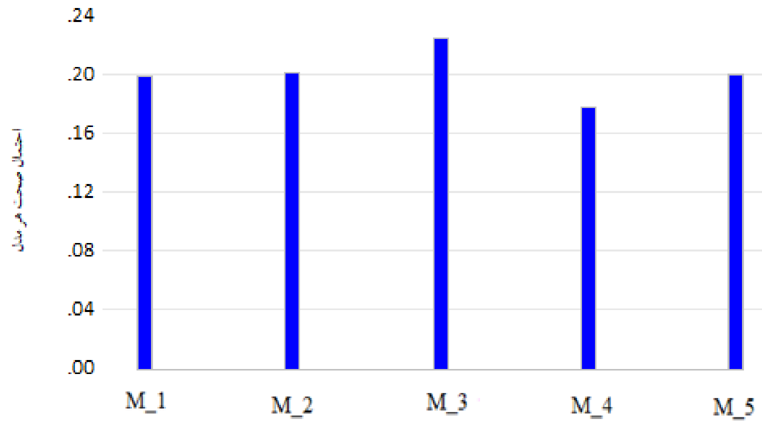


ماخذ: یافته‌های تحقیق

نمودار ۳: توزیع تجربی بازده روزانه سهام

۴-۲- تحلیل استنباطی

نتایج برآورد مدل‌های مطرح شده در رابطه ۹ برای بخش معادله میانگین حرکت قیمت‌های سهام با توابع پیشین گفته شده در بخش ۳-۳ با استفاده از الگوریتم MCMC به تعداد ۳۰ هزار تکرار بدست آمده است. بر اساس این نتایج که در نمودار ۴ ارائه شده است، بیشترین احتمال تناسب داده‌ها با مدل M_3 با میزان احتمال پسین صحت $p\left(M_3 | y_t\right)$ به طور تقریبی برابر با ۰٫۲۳ است. از آن‌جا که احتمال پیشین صحت هر مدل برابر با مقدار ۰٫۱۶۶ در نظر گرفته شده است، لذا نتایج انتخاب مدل تحت تاثیر پیشین یاد شده قرار نمی‌گیرد.



ماخذ: یافته‌های تحقیق

نمودار ۴: احتمال پسین تطابق داده‌ها با مدل‌های مختلف در رابطه (۹)

این نتایج در مورد معادله میانگین مشابه نتایج نلسون (۱۹۹۱) است. بنابراین، معادله میانگین لگاریتم بازده روزانه سهام به احتمال زیاد از یک فرآیند AR(1) تبعیت می‌کند. مشخصه‌های توزیع پسین پارامترهای مدل‌های مطرح شده در رابطه ۹ از جمله میانگین پسین، $\hat{E}_p(\theta)$، انحراف استاندارد پسین، $\hat{V}_p^{0.5}(\theta)$، خطای شبیه‌سازی مونت کارلو، $MCER$ [۱] و فاصله اعتبار ۹۵٪ در جدول ۳ نشان داده شده است.

در جدول ۳ ضرایبی که در داخل پرانتز قرار گرفته‌اند از لحاظ آماری معنی‌دار می‌باشند زیرا فاصله اعتبار نظیر آن‌ها شامل صفر نیست. تخمین پسین تمامی پارامترهای اتورگرسیو ϕ_i کمتر از واحد می‌باشد که نشان‌دهنده احتمال بالای مانایی داده‌های بازده است. جز میانگین متحرک، θ_i، در هیچ یک از مدل‌ها معنی‌دار نیست. در همه موارد ضریب دقت τ_i که به صورت عکس واریانس تعریف می‌شود ($\tau_i = 1/\sigma_i^2$) در تمام مدل‌ها حدود ۱۰ برابر بزرگ‌تر از مقدار واریانس پیشین توزیع گامای تصریح شده در ۱-۳ است. بنابراین، داده‌های مورد استفاده به خوبی توانسته‌اند دقت تخمین‌ها را افزایش دهند. بر اساس این نتایج مدل M_2 بعنوان مدل پایه معادله میانگین پذیرفته می‌شود زیرا بیشترین احتمال پسین صحت را دارد. این مدل فرضیه تبعیت تحولات بازده شاخص

---

۱. خطای شبیه‌سازی مونت کارلو یا MCER انحراف استاندارد مقادیر شبیه‌سازی شده پارامتر حول مقدار میانگین تخمینی آن در طول T تکرار شبیه‌سازی می‌باشد. هر چه این مقدار کمتر باشد به معنای پایداری بیشتر نتایج حاصل از شبیه‌سازی است و به معنای عدم نیاز به افزایش حجم T برای پایداری بیشتر شبیه‌سازی‌هاست.

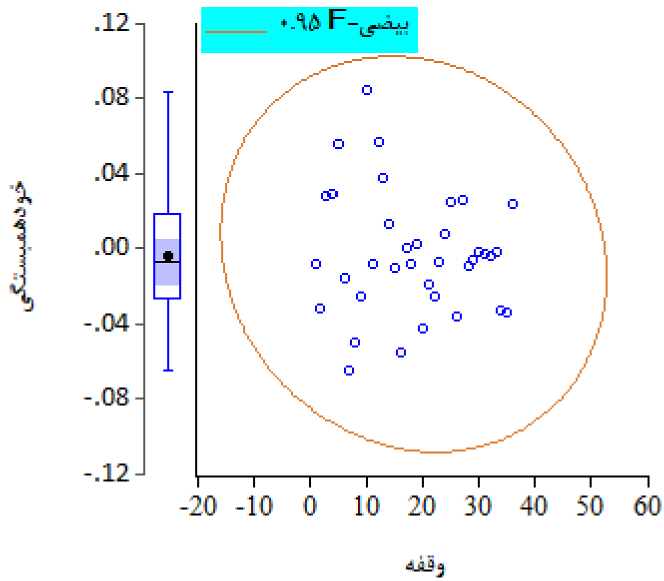
قیمت‌های روزانه ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس تهران از یک فرآیند گام تصادفی هندسی را تایید می‌کند.

جدول۳: تخمین پارامترهای مجموعه مدل‌های ارائه شده در رابطه (۹) با استفاده از MCMC

ضرایب	$\hat{E}_p(\theta)$	$\hat{V}_p^{0.5}(\theta)$	$MCER$	فاصله اعتبار ۹۵ ٪		
				٪۲,۵	٪۵۰	٪۹۷,۵
(c_1)	۰/۰۰۳۱۲	۰/۰۵۲۵۸	۰/۰۰۳۵۶۹	۰/۰۰۱۰۸۵	۰/۰۰۲۵۲۳	۰/۰۱۰۴
(c_2)	۰/۰۰۰۹	۰/۰۵۵۲۶	۰/۰۰۱۲۸۶	۰/۰۰۰۱۱۱۷	۰/۰۰۱۷۷۶	۰/۰۱۰۸۸
(c_3)	۰/۰۰۲۳۷	۰/۰۶۰۴۵	۰/۰۰۴۹۳۱	۰/۰۰۰۹۷۳۴	۰/۰۰۹۸۲۴	۰/۱۴۰۲
(c_4)	۰/۰۰۹۳۱۴	۰/۰۵۵۰۱	۰/۰۰۳۰۴۹	۰/۰۰۱۱۶۴	۰/۰۰۳۳۲	۰/۰۱۲۲۴
(c_5)	۰/۰۰۱۸۱	۰/۰۶۶۰۶	۰/۰۰۴۸۰۸	۰/۰۰۱۵۰۹	۰/۰۰۱۲۶۹	۰/۰۱۲۸۵
c_6	۱/۸۶	۱۰۱/۵	۱/۷۷۲	−۱۹۴/۸	۲/۳۰۹	۲۰۱/۵
(ϕ_3)	۰/۴۴۸۸	۰/۹۷۲۱	۰/۰۲۱۴۵	۰/۱۴۷	۰/۴۴۰۴	۱/۰۴۲
ϕ_5	۰/۵۳۱۴	۱/۰۱۴	۰/۰۲۱۹۲	−۰/۴۶۳	۰/۵۰۸۳	۱/۴۶۱
ϕ_6	۰/۴۷۵۷	۰/۹۹۵۷	۰/۰۱۹۸۳	−۰/۵۰۷	۰/۴۷۰۱	۱/۳۹۷
(τ_1)	۲۲/۳۶	۱۰/۲۵	۰/۴۷۸	۸/۷۲۵	۱۹/۷۷	۴۶/۸۱
(τ_2)	۲۱/۴۲	۹/۵۹۵	۰/۳۲۲۳	۸/۷۰۷	۱۹/۱	۴۵/۵۷
(τ_3)	۲۰/۳۷	۸/۹۲۶	۰/۳۵۹۶	۸/۴۶	۱۸/۴۱	۴۳/۵۴
(τ_4)	۲۲/۳۵	۱۰/۱۳	۰/۴۰۴۱	۸/۶۹۴	۱۹/۷۹	۴۶/۹۹
(τ_5)	۲۱/۱۹	۹/۵۷۴	۰/۴۰۱۹	۸/۲۴۸	۱۸/۷۹	۴۵/۳۵
(τ_6)	۱/۰۹۴	۱/۴۷۵	۰/۰۴۶۴۹	۰/۰۱۰۱	۰/۵۴۳۶	۵/۴۲۸
θ_4	−۰/۰۷۵۳۷	۰/۴۵۳۸	۰/۰۱۷۲۳	−۰/۸۸	−۰/۰۷۶۰۲	۰/۸۱۵۸
θ_5	−۰/۱۴۷۴	۰/۴۳۱۸	۰/۰۱۷۵۶	−۰/۹۲۲۲	−۰/۱۵۸۴	۰/۷۰۵۶
θ_6	۰/۴۷۵۷	۱/۰۲۸	۰/۰۲۲۰۷	−۱/۵۱۹	۰/۴۵۱۲	۲/۵۸۹
θ_7	۰/۴۹۲۷	۰/۹۷۷۳	۰/۰۱۹۴۴	−۱/۳۸۷	۰/۴۵۸	۲/۵۱۸

ماخذ: یافته‌های تحقیق

نمودار ۵ آزمون وجود خودهمبستگی‌های بازده روزانه سهام در ۳۶ وقفه را در سطح اطمینان ۹۵٪ برای باقیمانده‌های بدست آمده از مدل M_3 نشان می‌دهد. بر اساس یافته‌های ارائه شده در این نمودار هیچ‌کدام از این خودهمبستگی‌ها خارج از فاصله اطمینان ۹۵٪ بیضی‌وار ترسیم شده قرار نمی‌گیرند. این موضوع به معنای عدم وجود خودهمبستگی معنی‌دار آماری در داده‌های بازده روزانه سهام بر اساس مدل M_3 است.



ماخذ: یافته‌های تحقیق

نمودار ۵: بررسی وجود خودهمبستگی در وقفه‌های مختلف متغیر بازده روزانه سهام در سطح اطمینان ۹۵٪

پس انتخاب مدل میانگین مناسب، معادله واریانس شرطی به‌منظور پیش‌بینی تلاطم باید برآورد شود. جدول ۴ تخمین‌های مربوط به سه مدل GARCH، GJR-GARCH و EGARCH با استفاده از شیوه استنباط بیزی را نشان می‌دهد. این نتایج با الگوریتم MCMC به تعداد ۳۰۰۰۰ تکرار توزیع پسین پارامترهای هر سه مدل بدست داده است. زمانی که از مدل GARCH استفاده می‌شود، پایداری تلاطم بالا می‌باشد به دلیل آن‌که $\alpha+\beta$ در جدول ۴ به یک بسیار نزدیک است. با این حال این نسبت از یک کوچکتر است و در نتیجه تلاطم میراست. در مدل GARCH معیار نیمه عمر تلاطم تقریبا برابر ۲۷ روز است. بدین معنی که پس از آغاز یک موج تلاطمی اثراتش حدودا ۲۷ روز بعد به نصف مقدار بلندمدت خواهد رسید. همان‌گونه که در جدول ۴ نشان

داده شده است در سطر احتمال پسین مانایایی تلاطم که با $p(\alpha+\beta)$ مشخص شده است، کمترین میزان احتمال مانایی (میرا شدن تلاطم) مربوط به مدل GARCH متقارن است.

در عین حال، مدل‌های غیر خطی احتمال مانایی تلاطم بازده روزانه ۵۰ شرکت فعال بورس را بسیار بالاتر از مدل خطی برآورد می‌کنند. مدل GJR-GARCH احتمال پسین مانایی تلاطم را تقریبا برابر با ۹۸ درصد برآورد می‌کند و این احتمال برای EGARCH برابر با ۰,۶۷۶ است. این موضوع برای سرمایه‌گذاران بازار سهام بسیار بااهمیت است، زیرا با دانستن این موضوع که یک موج تلاطمی چه مدت طول می‌کشد تا میرا شود، بهتر می‌توانند تصمیم به خرید و فروش سهام بگیرند.

جدول ۴: تخمین مدل‌های تلاطم خطی و غیرخطی GARCH بیزی

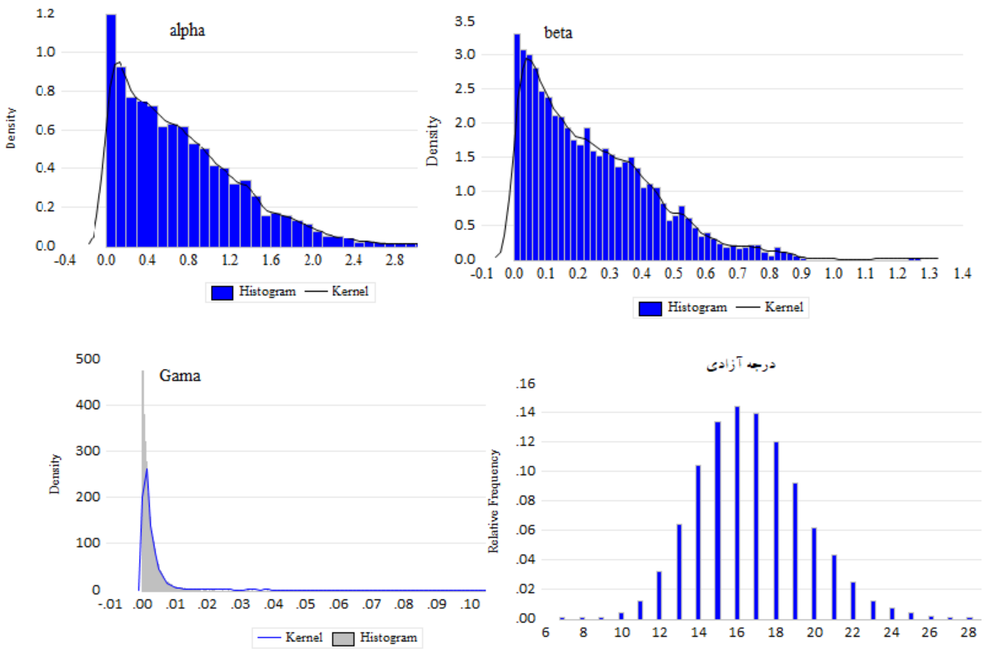
	GARCH			**GJR-GARCH**			**EGARCH**		
θ	$\hat{E}_p(\theta)$	$\hat{V}_p^{0.5}(\theta)$	$MCER$	$\hat{E}_p(\theta)$	$\hat{V}_p^{0.5}(\theta)$	$MCER$	$\hat{E}_p(\theta)$	$\hat{V}_p^{0.5}(\theta)$	$MCER$
α	۰/۷۱۷۴	۰/۵۳۲۹	۰/۰۰۸۳	۰/۰۹۹۰	۰/۰۰۸۳۵	۰/۰۶۳۹	۰/۷۷۸۴	۰/۵۸۶۶	۰/۰۱۰۳
β	۰/۲۲۱۳	۰/۱۷۱۷	۰/۰۱۴۶	۰/۱۸۳۷	۰/۰۱۴۶۹	۰/۱۱۰۹	۰/۷۹۰۱	۰/۶۰۲۲	۰/۰۱۰۸
γ	۰/۰۰۲۳	۰/۰۰۳۰	۰/۰۰۰۲۶	۰/۰۰۳۷	۰/۰۰۰۲۶	۰/۰۰۴۹	۹۹/۰۱	۹۹/۵۱	۲/۰۷۲
λ	-	-	-	۰/۰۴۳۸	۰/۰۱۶۷۶	۰/۱۲۳۶	−۰/۰۲۴	۰/۹۸۵۴	۰/۰۱۹۶
υ	۱۶/۷۱	۲/۷۹۱	۰/۱۹۵۷	۱۵/۹۴	۰/۱۷۴	۲/۷۵۸	۱۱/۹۵	۲/۱۹	۰/۱۷۶۶
$\alpha+\beta$	۰/۹۲۸۱	۰/۵۱۴۸	۰/۰۵۷۴	۰/۳۰۴۶	۰/۰۲۳۹۲	۰/۱۸۲۲	-	-	-
$p(\lambda)$	-	-	-	۰/۶۰۴	۰/۴۸۹۱	۰/۰۶۳۴	۰/۵۳۲	۰/۴۹۹۹	۰/۰۰۸۸
$p(\alpha+\beta)$	۰/۹۷۴۳	۰/۴۹۶۷	۰/۰۵۷۴	۰/۹۸۷۰۲	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۰۰۲	۰/۶۷۶	۰/۳۸۹۸	۰/۰۴۳۷

ماخذ: یافته‌های تحقیق

بنابراین، وجود اثرات نامتقارن بر روی پایداری تلاطم بازده سهام ۵۰ شرکت فعال بازار بورس تاثیرگذار است. همان‌طور که گفته شد میانگین غیر شرطی فرآیند GARCH، نشان دهنده مقدار بلندمدت تلاطم (زمانی که افق پیش‌بینی به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، $h \to \infty$) است که با استفاده از رابطه $\gamma / (1-\alpha-\beta)$ محاسبه می‌شود و قدر مطلق آن بعنوان انحراف استاندارد بلندمدت برابر با ۰,۱۷۸ بدست می‌آید که بسیار به انحراف استاندارد بازده روزانه سهام جدول ۱ نزدیک است و بیان‌گر آن است که متوسط سالانه تلاطم حدود ۸٪ درصد است[1]. نمودار ۶ توزیع

[1]. متوسط سالانه تلاطم با استفاده از میانگین حسابی ساده تلاطم روزانه بدست آمده است.

احتمال پسین پارامترهای مدل GARCH را که با الگوریتم MCMC شبیه‌سازی شده است نشان می‌دهد.



ماخذ: یافته‌های تحقیق

نمودار ۶: توزیع پسین حاشیه‌ایی پارامترهای مدل GARCH(1,1) بیزی

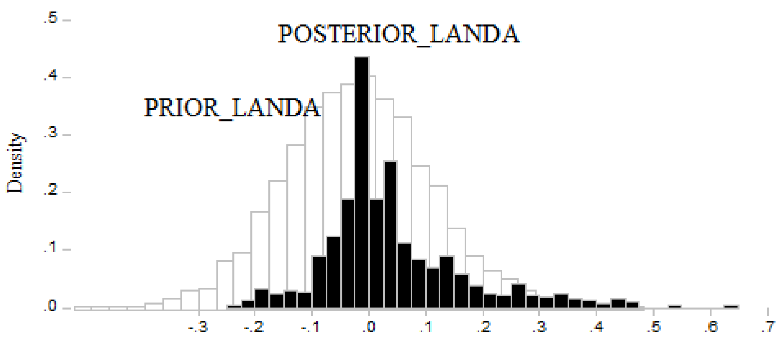
نمودارهای ضرایب همگی چوله به راست می‌باشند و نشان دهنده رعایت محدودیت مثبت بودن این ضرایب که در بخش ۳-۲ ذکر شد، در تمام طول توزیع پسین آن‌ها است. درجه آزادی برای داده‌های مالی در صورت استفاده از توزیع t- استیودنت باید شرط $\upsilon > 4$ را برآورده سازد، زیرا در غیر این صورت، میزان کشیدگی توزیع شرطی به سمت بی‌نهایت میل خواهد کرد (انگل و بالرسلیف، ۱۹۸۶). نتایج تخمین‌ها و همچنین نمودار ۵ نشان می‌دهد که درجه‌ی آزادی توزیع شرطی داده‌ها این محدودیت را برآورده ساخته است. نمودار توزیع پسین مدل GJR-GARCH و EGARCH نیز مانند نمودار فوق محدودیت‌ها را رعایت کرده‌اند و به علت طولانی شدن متن گزارش نشده است.

بر اساس نتایج ارائه شده در جدول ۴ وجود اثر اهرمی در بازار سهام در هر دو مدل GJR-GARCH و EGARCH پذیرفته می‌شود. ضریب λ در هر دو مدل نامتقارن علامت مورد انتظار را برای وجود اثر اهرمی دارا است. بر اساس این نتایج در مدل GJR-GARCH وقوع

یک شوک مثبت در دوره جاری به اندازه یک واحد در بازار سهام تاثیرش بر تلاطم دوره بعد به میزان ۰,۰۹۹ و اگر شوک منفی باشد اثرش بر تلاطم دوره بعد ۰,۱۴۲۸ (که از جمع $\alpha+\lambda$ بدست می‌آید) خواهد بود. بنابراین، در این حالت علاوه بر اندازه شوک، علامت شوک اثرات متفاوتی بر تلاطم بر جای خواهد گذاشت. احتمال پسین وقوع اثرات اهرمی در مدل GJR-GARCH برابر با ۶۰ درصد است و لذا، در این مدل اثرات اهرمی به طور قوی تایید می‌شود. اما در مدل EGARCH وقوع یک شوک مثبت در دوره کنونی به اندازه یک واحد بر تلاطم دوره بعد به میزان ۰,۵۹و در صورتی که شوک منفی باشد به میزان ۰,۹۶۵۲ اثر خواهد گذاشت. این مقادیر بر اساس رابطه $\alpha_i(1+\lambda_i)$ که در بخش ۳-۲ ذکر شد بدست آمده است. میزان احتمال پسین وقوع اثر اهرمی در مدل EGARCH برابر با ۵۳,۲ درصد است و لذا نسبت به مدل دیگر به طور ضعیف وجود اثرات اهرمی تایید می‌شود.

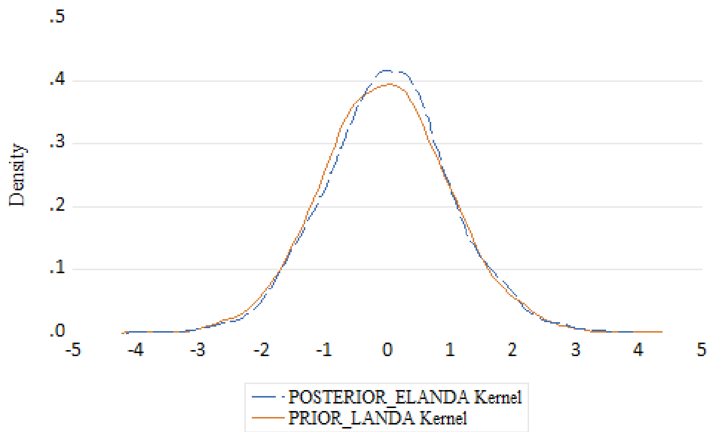
نمودارهای ۷ و ۸ توزیع پیشین و پسین اثرات اهرمی (پارامتر λ) مدل‌های نامتقارن GJR-GARCH و EGARCH را نشان می‌دهد. می‌توان مشاهده کرد که در مدل GJR-GARCH نسبت به مدل EGARCH، داده‌های استفاده شده اثرگذاری بیشتری بر اطلاعات پیشین پارامتر نامتقارنی λ دارند.

با توجه به توضیحات فوق استفاده اشتباه از هر مدل می‌تواند منجر به تبعات جدی در پیش‌بینی وضعیت آتی تلاطم و در نتیجه برآورد میزان ریسک بیشتر یا کمتر از مقدار واقعی شود. بنابراین، در ادامه پژوهش با استفاده از معیار انحراف اطلاعاتی بیزی (DIC) مدل مناسب انتخاب خواهد شد و بر اساس آن پیش‌بینی تلاطم ارائه می‌شود.



ماخذ: یافته‌های تحقیق

نمودار ۷: مقایسه توزیع پیشین و توزیع پسین ضریب اثرات اهرمی در مدل GJR-GARCH



ماخذ: یافته‌های تحقیق

نمودار ۸: مقایسه توزیع پیشین و توزیع پسین ضریب اثرات اهرمی در مدل EGARCH

۴-۳- انتخاب مدل تلاطم مناسب با داده‌های روزانه بازار سهام ایران بر اساس معیار انحراف اطلاعاتی بیزی

پیش‌بینی تلاطم در بازارهای مالی بسیار مهم است. بعنوان مثال در امر سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی، از تلاطم انتظاری بعنوان معیاری برای اندازه‌گیری صرف ریسک استفاده می‌شود. علاوه بر این در محاسبه ارزش در معرض ریسک و کسری مورد انتظار[1] از پیش‌بینی تلاطم استفاده می‌شود.

جدول ۵: انتخاب مدل تلاطم مناسب برای پیش‌بینی با استفاده از معیار انحراف اطلاعاتی بیزی

مدل	Bayesian GARCH	Bayesian EGARCH	Bayesian GJR-GARCH
DIC	۹۹۳/۴	۹۲۶/۲	۹۱۵/۳

مأخذ: یافته‌های تحقیق

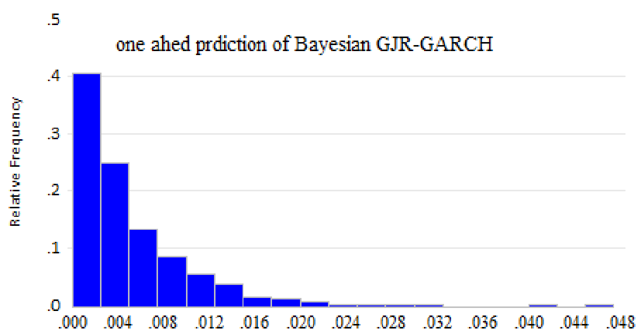
نتایج معیار DIC برای سه مدل مورد استفاده در این پژوهش در جدول ۵ نشان داده شده است. بر اساس این نتایج، کمترین میزان DIC مربوط به مدل GJR-GARCH بیزی است. این به معنی آن است که عملکرد این مدل در پیش‌بینی تلاطم داده‌های بازده روزانه سهام از سایر مدل‌ها بهتر است. این نتیجه به دلیل آن‌که احتمال مانایی تلاطم در این مدل نسبت به بقیه مدل‌ها بالاتر بود نیز مورد انتظار بود. زیرا مانایی تلاطم یکی از عناصر پیش‌بینی پذیری تلاطم است.

[1]. Expected Shortfall (ES)

۴-۴- پیش‌بینی تلاطم با استفاده از مدل GJR-GARCH

از آن‌جا که پیش‌بینی استفاده از تابعی همچون $\hat{r}_t\left(h\right)$ برای تخمین مقدار r_{t+h} (بازده سهام در h دوره آتی) است که هنوز روی نداده، لذا؛ $\hat{r}_t\left(h\right)$ یک متغیر تصادفی و حاوی نااطمینانی است. بر خلاف شیوه کلاسیک، شیوه استنباط بیزی توانایی بررسی میزان این نااطمینانی $\hat{r}_t\left(h\right)$ را با استفاده از تخمین توزیع پسین آن دارد که یکی از مزایای غیر قابل انکار روش‌های بیزی در مقایسه با روش‌های کلاسیک است[۱]. نمودار ۹ توزیع احتمال پیش‌بینی یک گام به پیش[۲] تلاطم را با استفاده از الگوی GJR-GARCH نشان می‌دهد. بر اساس نمودار ۹، تلاطم شروع اسفند سال جاری مقداری تصادفی در بازه صفر تا ۰٫۴۸٪ درصد است. محتمل‌ترین مقدار به دلیل چولگی توزیع مقادیر پیش‌بینی شده در میانه توزیع رخ می‌دهد و برابر با ۰٫۳٪ است.

از آن‌جا توزیع احتمال مقادیر آتی تلاطم بازده سهام با استفاده از الگوی GJR-GARCH در دست است به راحتی می‌توان فاصله احتمال ۹۵٪ $\hat{r}_t\left(1\right)$ را محاسبه کرد. نتایج جدول ۶ نشان می‌دهد که احتمال قرارگیری تلاطم در فاصله‌ی ۰٫۰۱٪ تا ۱٫۷٪ برابر با ۹۵٪ است.



مأخذ: یافته‌های تحقیق

نمودار ۹: توزیع پیش‌بینی $h_t\left(1\right)$ (روز معاملاتی اول اسفند ۱۳۹۷)

جدول ۶: انتخاب مدل تلاطم مناسب برای پیش‌بینی با استفاده از معیار انحراف اطلاعاتی بیزی

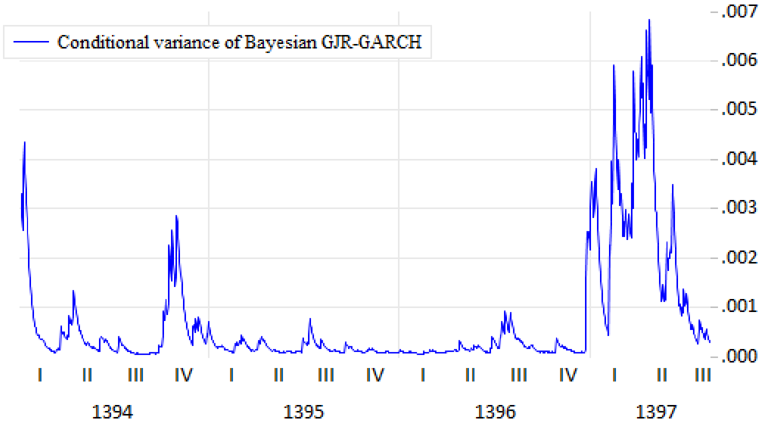
پیش‌بینی	$\hat{E}_p\left(\theta\right)$	$\hat{V}_p^{0.5}\left(\theta\right)$	$MCER$	فاصله اعتبار ۹۵٪		
				٪۲/۵	٪۵۰	٪۹۷/۵
تلاطم اول اسفند سال ۱۳۹۷	۰/۰۰۴۷۰۹	۰/۰۰۴۶۵۷	۰/۰۰۰۲۹۶	۰/۰۰۰۱۶۸	۰/۰۰۳۰۵۶	۰/۰۱۷۵۱

منبع: یافته‌های تحقیق

[۱]. علاوه بر این، از آن‌جا که نمونه داده‌های اقتصاد مالی ماهیتا تکرارناپذیرند تفسیر نتایج آن‌ها بر اساس شیوه کلاسیک مناسب نیست.

[۲]. One Step Ahead

با توجه به نمودار ۱۰ که واریانس شرطی مدل GJR-GARCH بیزی را نشان می‌دهد، پیش‌بینی فوق به معنای افزایش تلاطم در زمان وقوع پیش‌بینی است.



منبع: یافته‌های پژوهش

نمودار ۱۰: تلاطم پیش‌بینی شده با مدل GJR-GARCH بیزی

نمودار ۱۰ پیش‌بینی برون‌نمونه‌ای تلاطم بازده سهام را با استفاده از الگوی GJR-GARCH نشان می‌دهد. مقادیر نمودار ۱۰ با استفاده از میانگین پسین توزیع احتمال نقاط پیش‌بینی محاسبه شده است. بر اساس یافته‌های نمودار ۱۰، تلاطم در نیمه دوم سال به طور متوسط بیشتر از نیمه اول سال بوده است و پیش‌بینی نمودار ۱۰ در مورد زمان پیش‌بینی مورد نظر (اول اسفند ۱۳۹۷) کاهش تلاطم نسبت به روزهای پیشین است.

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در اقتصاد اندازه‌گیری عبارت است از تخصیص اعداد به یک یا چند ویژگی اشیاء، رویدادها و وضعیت‌ها بر اساس یک قاعده با هدف تولید اطلاعات موثق در مورد این اشیاء، رویدادها یا وضعیت‌ها. اندازه‌گیری و درک واقعیت اقتصادی دو روی یک سکه می‌باشند: بدین معنا که اندازه‌گیری به تنهایی عدد تصادفی بی‌معنایی را تخصیص می‌دهد و درک بدون اندازه‌گیری نیز صرفا یک عمل فلسفی باقی می‌ماند. این رابطه‌ی نزدیک به ویژه هنگام تحلیل عدم قطعیت در بازارهای مختلف مشهود است. اندازه‌گیری مناسب عدم قطعیت بازار سهام اولین گام در زمینه سیاست‌گذاری در این بازار است. هر مدلی که برای اندازه‌گیری کمیت ریسک بازار سهام ارائه می‌شود باید معیارهای ضمنی کفایت همچون الزامات نظری و ریاضی و آماری را برآورده سازد.

همچنین برای سیاست‌گذاری در این بازار مفید باشد. بنابراین، به منظور آن‌که مدل کفایت لازم را داشته باشد؛ شیوه مدل‌سازی باید موارد اساسی همچون مفاهیم نظری، دیدگاه‌های سیاستی، مفاهیم و تکنیک‌های ریاضی، حقایق تجربی و داده‌ها را ترکیب کند. علاوه بر این، برای رسیدن به اندازه‌های قابل اعتماد ریسک بازار سهام قواعد باید الزامات خاصی را رعایت کنند. ماهیت این الزامات بستگی به ماهیت بازار سهام و شرایطی دارد که در آن اندازه‌گیری‌ها (شی یا رویداد تحت اندازه‌گیری، سیستم اندازه‌گیری و محیط) انجام می‌شود. این موضوع که اندازه‌گیری عدم قطعیت شاخص قیمت سهام نیازمند ارائه یک مدل است به معنای آن است که صرفا با محاسبه توزیع احتمال داده‌های شاخص قیمت (یا بازده) سهام نمی‌توان عدم قطعیت را اندازه گرفت. با این حال، پیش‌بینی عدم قطعیت بازده سهام با این واقعیت عمومی که عدم قطعیت را نمی‌توان به طور مستقیم اندازه‌گیری کرد و باید از رفتار قیمت‌های مشاهده شده در بازار استنباط شود پیچیده‌تر می‌شود. این بدان معناست که عدم قطعیت به همان روشی که دما با دماسنج اندازه‌گیری می‌شود قابل اندازه‌گیری نیست: زیرا یک متغیر پنهان[1] است. به عنوان مثال، بازده روز در پایان روز معاملاتی مشخص می‌شود در حالی‌که عدم قطعیت همان روز ناشناخته است. تنها چیزی که می‌توان گفت این است که اگر قیمت‌ها در طول روز نوسانات شدید داشته باشد احتمالاً عدم قطعیت بالا است. در نتیجه، اندازه‌گیری عدم قطعیت نیازمند مدل‌سازی آماری است که مستلزم اتخاذ برخی فروض است (دنیلسون[2]، ۲۰۱۱: فصل چهارم).

تخمین معتبر عدم قطعیت و پیش‌بینی مقادیر آتی آن برای موسسه‌های اعتباری بسیار مهم است. زیرا تصمیم‌گیران علاوه بر متوسط بازده به عدم قطعیت بازده و ریسک متعاقب آن نیز حساس‌اند. مطالعه عدم قطعیت توسط مدل‌های GARCH با استفاده از روش‌های بیزی موضوع جدیدی است و در نتیجه‌ی مزیت‌های شیوه‌های بیزی نسبت به شیوه کلاسیک قابل توجه و با اهمیت است. به‌طور خاص، چارچوب بیزی ما را قادر به استفاده از نمونه‌های کوچک، بیان گزاره‌های احتمالی درباره پارامترهای مدل و گزینش احتمالی مدل‌ها با دقت بیشتر می‌نماید. علاوه بر این رویکرد بیزی نیازی به انجام آزمون‌های ریشه واحد ندارد و برای بررسی تلاطم این موضوع یک نقطه قوت در مقایسه با رویکرد کلاسیک می‌باشد. زیرا خواص مجانبی آزمون‌های ریشه واحد در حضور اثرات ARCH یا عدم حضور این اثرات شناخته شده نیست (نلسون، ۱۹۹۱). بنابراین، نتایج این آزمون‌ها حتی در صورت رد شدن فرضیه وجود ریشه واحد در سطوح اطمینان بالا نیز چندان

1. Latent Variable
2. Danielsson (2011)

معتبر نیست. نتایج این پژوهش با استفاده از الگوریتم MCMC با ۳۰ هزار تکرار بدست آمده است.

در این پژوهش با استفاده از داده‌های روزانه شاخص ۵۰ شرکت فعال بورس تهران، تلاطم بازده سهام با استفاده از مدل‌های GARCH بیزی (مدل GARCH بیزی خطی، مدل‌های GJR-GARCH بیزی و EGARCH بیزی غیر خطی) برآورد گردید. نتایج تجربی با استفاده از روش گزینش مدل بیزی نشان داد که مناسب‌ترین مدل برای معادله میانگین قیمت‌های سهام مدلی با حرکت‌های تصادفی حول یک مقدار ثابت است. این موضوع به معنای آن است که قیمت‌های سهام با تناوب روزانه از یک فرآیند گام تصادفی هندسی تبعیت می‌کنند. همچنین بررسی‌های تجربی در مورد معادله واریانس نشان داد که نیمه عمر تلاطم بر اساس مدل GARCH بیزی حدود ۲۷ روز است. با این وجود نتایج نشان داد که برای تمام مدل‌ها احتمال میرایی تلاطم بیشتر از احتمال نامیرایی تلاطم است. در مدل‌های غیر خطی به دلیل وجود اثرات اهرمی احتمال میرایی بیشتر از مدل خطی بود و این موضوع نشانه‌ایی از پیش‌بینی پذیر بودن این مدل‌ها نسبت به مدل خطی می‌باشد. علاوه بر این، نتایج دلالت بر این دارد که تلاطم قیمت‌های روزانه سهام حاوی اثرات اهرمی است. هر دو مدل GJR-GARCH بیزی و EGARCH بیزی وجود این اثرات را تایید کردند. نتایج انتخاب مدل تلاطم بر اساس معیار انحراف اطلاعاتی بیزی نشان داد که بهترین مدل برای پیش‌بینی تلاطم مدل GJR-GARCH بیزی است.

منابع و مآخذ

۱. صادقی، سید کمال. عبدالملکی، حامد. و وفائی، الهام (۱۳۹۴). "بررسی اثرات نامتقارن نااطمینانی بر عملکرد اقتصاد کلان در ایران: مشاهداتی بر پایه مدل VARMA, MVGARCH-M". سیاست‌گذاری اقتصادی **۷**(۱۴): ۱۸۱–۱۵۹.

۲. مکیان، سید نظام الدین. رستمی، مجتبی. و رمضانی، هانیه (۱۳۹۷). "تحلیل رابطه بین سرقت و نابرابری درآمدی رویکرد بیزین (مطالعه موردی ایران)". پژوهش‌های رشد و توسعه پایدار (پژوهش‌های اقتصادی) **۱۸**(۳): ۱۶۶–۱۴۵.

۳. مکیان، سید نظام الدین. و رستمی، مجتبی (۱۳۹۷). *اقتصادسنجی پیشرفته*، تهران، نشر نور علم (چاپ اول).

۴. مهرآرا، محسن. مجدزاده، مطهره السادات. و غضنفری، آرزو (۱۳۹۴). "بررسی عوامل تعیین‌کننده سرمایه‌گذاری خصوصی در ایران مبتنی بر رویکرد میانگین‌گیری بیزینی (MBA)". سیاست‌گذاری اقتصادی **۷**(۱۴): ۲۹–۱.

5. Ardia, D. & Hoogerheide, L. F. (2010). "Bayesian Estimation of the GARCH (1, 1) Model with Student-t Innovations". in R. the R Journal **2**(2): 41-47.
6. Ari, Y. & Papadopoulos, S. A. (2016). "Bayesian Estimation of the Parameters of the ARCH Model with Normal Innovations Using Lindley’s Approximation". Journal of Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research **50**(4): 217-234.
7. Asai, M. (2006). "Comparison of MCMC Methods for Estimating GARCH Models". Journal of the Japan Statistical Society **36**: 199-212.
8. Ausin, M.C. & Galeano, P. (2007). "Bayesian Estimation of the Gaussian Mixture GARCH Model". Computational Statistics and Data Analysis **51**(5): 2636-2652. DOI: 10. 1016/j.csda.2006.01.006.
9. Baillie, R.T. Bollerslev, T. and Mikkelsen, H.O. (1996). "Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". Journal of Econometrics **74**: 3-30.
10. Bernardo, J. M. & Smith, A. F. M. (2000). *Bayesian Theory*, Chichester, John Wiley.
11. Bollerslev, T. (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". Journal of Econometrics **31**(3): 307-327.
12. Bollerslev, T. Engle, R. F. and Nelson, D. B. (1994). *ARCH Models*, in R.F. Engle and D. McFadden (eds), Handbook of Econometrics Vol IV, Amsterdam, North-Holland, PP. 2959–3038.

13. Chou, R.Y. (1988). "Volatility Persistence and Stock Valuations: Some Empirical Evidence Using GARCH". Journal of Applied Econometrics **3**: 279-294.
14. Danielsson, J. (2011). *Financial Risk Forecasting: the Theory and Practice of Forecasting Market Risk with Implementation in R and Matlab* (Vol. 588), John Wiley & Sons.
15. Engle, R. F. (2004). "Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice". The American Economic Review **94**(3): 405-420. doi: 10.1257/0002828041464597.
16. Engle, R. F. & Patton, A. J. (2006). *What Good is a Volatility Model? In Forecasting Volatility in the Financial Markets* (pp. 47-63), Butterworth-Heinemann.
17. Engle, R. F. and Ng, V. (1993). "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility". Journal of Finance **48**: 1749-1778.
18. Engle, R. F. Ng, V. K. and Rothschild, M. (1990). "Asset Pricing with a Factor-ARCH Covariance Structure". Journal of Econometrics **45**: 235-237.
19. Fama, E.F. (1965). "The Behavior of Stock-Market Prices". Journal of Business **38**: 34-105.
20. Geweke, J. and Terui, N. (1993). "Bayesian Threshold Auto-Regressive Models for Nonlinear Time Series". Journal of Time Series Analysis **14**: 441-454.
21. Glosten, L. R. Jaganathan, R. and Runkle, D. E. (1993). "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks". Journal of Finance **48**(5): 1779-1801.
22. Hoeting, J. A. Madigan, D. Raftery, A. E. & Volinsky, C. T. (1999). "Bayesian Model Averaging: A Tutorial". Statistical Science **14**(4): 382-417.
23. Jeffreys, H. (1939). *Theory of Probability*, Oxford, Oxford University Press.
24. Kim, S. Shephard, N. & Chib, S. (1998). "Stochastic Volatility: Likelihood Inference and Comparison with ARCH Models". Review of Economic Studies **65**: 361-393.
25. Lee, S. W. & Hansen, B. E. (1994). "Asymptotic Theory for the GARCH (1,1) Quasi-Maximum Likelihood Estimator". Econometric Theory **10**: 29-52.
26. Lee, T. H. White, H. and Granger, C. W. J. (1993). "Testing for Neglected Nonlinearity in Time Series Models - A Comparison of Neural Network Methods and Alternative Tests". Journal of Econometrics **56**: 269-290.
27. Mandelbrot, B. (1963). "The Variation of Certain Speculative Prices". Journal of Business **36**: 394-419.

28. Nelson, D.B. (1991). "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach". Econometrica **59**(2): 347-370.
29. Nelson, D.B. and Foster, D.P. (1994). "Asymptotic Filtering Theory for Univariate ARCH Models". Econometrica **62**: 1-41.
30. Osiewalski, J. (2001). *Ekonometria Bayesowska w Zastosowaniach,* [*Bayesian econometrics in applications*], Cracow, Cracow University of Economics.
31. Pesaran, M. H. (2015). *Time Series and Panel Data Econometrics*, Oxford University Press.
32. Sadorsky, P. (1999). "Oil Price Shocks and Stock Market Activity". Energy Economics **21**(5): 449-469.
33. Schwert, G.W. (1989). "Why Does Stock Market Volatility Change Over Time?". Journal of Finance **44**: 1115-1153.
34. Sims, C.A. (1988). "Bayesian Skepticism on Unit Root Econometrics". Journal of Economic Dynamics and Control **12**: 463-474.
35. Stock, J.H. and Richardson, M.P. (1989). "Drawing Inferences from Statistics Based on Multi-Year Asset Returns". Journal of Financial Economics **25**: 323-348.
36. Withers, S. D. (2002). "Quantitative Methods: Bayesian Inference, Bayesian Thinking". Progress in Human Geography **26**(4): 553-566.
37. Zakoian, J.-M. (1994). "Threshold Heteroskedastic Models". Journal of Economic Dynamics Control **18**: 931-955.
38. Zellner, A. (1971). *An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics*, New York, John Wiley.
39. Zhong, M. Darrat, A. F. & Anderson, D. C. (2003). "Do US Stock Prices Deviate from their Fundamental Values? Some New Evidence". Journal of Banking & Finance **27**(4): 673-697.

Original Research Article

Stock return volatility using Bayesian symmetric and asymmetric GARCH

Mojtaba Rostami[1]
Seyed Nezamuddin Makiyan[2]
Rasol Roozegar[3]

Received: 15-03-2020 Accepted: 27-07-2020

Introduction: In economics, measurement is the assignment of numbers to one or more properties of objects, events, and situations based on a rule in order to generate reliable information about those objects, events, or situations. Measurement and understanding of economic reality are two sides of the same coin. Indeed, measurement alone assigns a meaningless random number, and understanding without measurement remains merely a philosophical act. Uncertainty indicates limited knowledge and the impossibility of the accurate description of current or future conditions. The valid measurement of uncertainty and forecasting its future values are very important for credit institutions. This is because, in addition to average returns, decision makers are also sensitive to return uncertainties and the consequent risk. To measure and express uncertainty, we can use the probability distribution of the results or the possible occurrences of the desired situation. But this description is usually difficult or impossible due to the complexity of estimating the probability distribution. For this reason, simpler criteria and approximations are used instead of distributing the probability of the situation. Thus, the relatively simple concept of volatility is used to measure uncertainty that plays a central role in the financial theory, risk management and pricing. Any model proposed to measure volatility must meet the implicit adequacy criteria and be useful for policy-making in this market.

Methodology: An important issue in providing a proper statistical analysis of uncertainty is the estimation of the parameters of volatility models (time series type). Research for the presentation of econometric models that can predict volatility has paid off with the introduction of the ARCH model by

---

[1] - Ph.D.in Economics, Yazd University
[2] - Associate Professor in Economics, Yazd University
Email: nmakiyan@yazd.ac.ir
[3] - Associate Professor in Statistics, Yazd University

Engel (1982), which uses the classical maximum likelihood technique. Despite this initial success, the estimation of these models, which is widely performed by the maximum likelihood method, has major weaknesses. In this regard, it is possible to know the asymptotic properties of unit root tests in the presence of ARCH effects, abnormal asymptotic distribution of estimators due to the wide tail feature of financial data distribution and how to choose volatility model based on information criteria regardless of the degree of uncertainty of models; only the interrupts that are set are noted. The consequence of these cases is the creation of unfavorable results in the field of prediction and the invalidity of testing hypotheses. Due to the importance of modeling and predicting volatility in financial markets, the present study uses the Bayesian inference method. This method, in addition to solving these problems, enables researchers to assess the probability of the model being accurate. In order to make the modeling more consistent with the reality of financial data, in this study, the t-distribution is used as the marginal distribution of returns in Bayesian GARCH models (linear Bayesian GARCH model, Bayesian GJR-GARCH models and nonlinear Bayesian EGARCH).

Results and Discussion: The results of this study obtained by the use of the Bayesian factor show that the most suitable model for the equation of average stock prices is a model with random movements around a fixed value. This means that stock prices follow a random geometric step process on a daily basis. According to Bayesian GARCH model in Tehran Stock Exchange, with a probability of 68%, the volatility half-life is about 27 days, and with a probability of more than 50%, there is a leverage effect in this market. However, the results showed that, for all models, the probability of volatility damping is higher than the probability of the immortality of volatility. In nonlinear models, due to the effects of leverage, the probability of damping was higher than the linear model, and this is an indication for the predictability of these models compared to the linear model. In addition, the results indicate that the daily volatility of stock prices has leverage effects. Both Bayesian GJR-GARCH and Bayesian EGARCH confirmed these effects. Also, using the Bayesian information deviation criterion, GJR-GARCH model is selected as the best model to predict the stock market volatility.

Conclusion: In order for the volatility model to be sufficient, it should combine basic items such as theoretical concepts, policy perspectives, mathematical concepts and techniques, empirical facts and data. In addition, rules must meet certain requirements to perform reliable stock market volatility measurements. These requirements depend on the nature of the stock market and the circumstances in which the measurements are made. The fact that measuring the stock price index uncertainty requires a model means that uncertainty cannot be measured by simply calculating the probability distribution of stock price index (or return) data. However, predicting the stock return uncertainty is further complicated by the general fact that uncertainty cannot be measured directly and must be inferred from market price behavior. This means that uncertainty cannot be measured in the same way that temperature is measured with a thermometer: because it is a hidden variable. The only thing is that, if prices fluctuate sharply during the day, there is probably a high uncertainty. As a result, measuring uncertainty requires statistical modeling, which requires some assumptions.

In this paper, Bayesian method was used to have valid estimates for volatility. This method is philosophically distinct from other methods of statistical inference. In this method, all unknowns, even parameters, are assumed to be random variables whose probabilistic distributions are determined by the researcher's beliefs about their possible values.

Because Bayesian inference approaches start from previous beliefs about parameters, it seems very subjective, and this is a challenging issue.

However, most Bayesian and non-Bayesian inference results are very similar, especially when using obscure backgrounds, but this similarity does not mean the same thing because the main difference between Bayesian and non-Bayesian approaches is in interpreting the results.

Bayesian method is very important in the analysis of financial markets because, in this field, the volume of the background information of researchers is relatively high and failure to use such a volume of information seems illogical.

Keywords: Symmetric and asymmetric volatility models, Stock return volatility, Bayesian inference.

JEL Classification: C58, G1, C11.